



Universidad Nacional de Concepción

*Creada por Ley Nº 3201/07*

Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas

Programa de Maestría en Didáctica de las Ciencias

Mención: Matemática/ Física / Química



**TESIS DE MAESTRÍA**

**EFFECTOS DE LA UTILIZACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN  
LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE RECTAS, PARÁBOLAS Y  
CIRCUNFERENCIAS, DE ESTUDIANTES PRE-UNIVERSITARIOS  
DE CONCEPCIÓN**

**AUTOR:**

**HERMINIO CONCEPCIÓN DELEÓN VILLA**

**CONCEPCIÓN, PARAGUAY**

**MAYO, 2018**



Universidad Nacional de Concepción

*Creada por Ley N° 3201/07*

Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas

Programa de Maestría en Didáctica de las Ciencias

Mención: Matemática/ Física/ Química



**TESIS DE MAESTRÍA**

**EFFECTOS DE LA UTILIZACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN  
LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE RECTAS, PARÁBOLAS Y  
CIRCUNFERENCIAS, DE ESTUDIANTES PRE-UNIVERSITARIOS  
DE CONCEPCIÓN**

**AUTOR:**

**HERMINIO CONCEPCIÓN DELEÓN VILLA**

**DIRECTOR DE TESIS:**

**Dr. CLARITO ROJAS MARÍN**

**CONCEPCIÓN, PARAGUAY**

**MAYO, 2018**

**ACTA DE APROBACIÓN****TESIS PRESENTADA PARA CUMPLIR CON LOS REQUISITOS  
FINALES PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE MAGISTER EN  
DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS: MENCIÓN MATEMÁTICA****AUTOR:****HERMINIO CONCEPCIÓN DELEÓN VILLA****DIRECTOR DE TESIS:****Dr. CLARITO ROJAS MARÍN****TRIBUNAL DE EXPOSICIÓN Y DEFENSA DE LA TESIS****Dr. Angel Aragón Torre**\_\_\_\_\_**Dra. Beatriz Fermina Nuñez Angulo**\_\_\_\_\_**Dr. Clarito Rojas Marín**\_\_\_\_\_**PhD. Ramón Aníbal Iriarte Casco**\_\_\_\_\_**Dr. Jorge Daniel Mello Roman**\_\_\_\_\_**Resultado de la Evaluación:** \_\_\_\_\_**Número****Letra****Mención**\_\_\_\_\_  
**Lugar y Fecha de la Exposición y Defensa de la Tesis**

## DECLARACIÓN DE RESPONSABILIDAD

**HERMINIO CONCEPCION DELEON VILLA**

DECLARO QUE:

El Trabajo de Tesis denominado “EFECTOS DE LA UTILIZACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE RECTAS, PARÁBOLAS Y CIRCUNFERENCIAS, DE ESTUDIANTES PRE-UNIVERSARIOS DE CONCEPCIÓN”, ha sido desarrollado con base a una investigación exhaustiva, respetando derechos intelectuales de terceros, conforme a citas bibliográficas cuyas fuentes se incorporan en la referencia bibliográfica.

Consecuentemente, este trabajo es de mi autoría.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance del mismo.

Concedo a la FaCET un trabajo original y las copias a la Biblioteca de la Institución, a fin de que pueda servir de consulta.

.....

**Herminio Concepción Deleón Villa**

Concepción, 19 de mayo de 2018

## **DEDICATORIA**

Dedico esta tesis a mis padres Samuel Deleón y Viviana Villa, que siempre me apoyaron incondicionalmente en la parte moral para poder ser un profesional de la Patria.

A mis hermanos y demás familiares en general, por el apoyo que siempre me brindaron día a día en el transcurso de cada año.

A los profesionales y especialistas que, con su actuación, inciden en la educación de las comunidades.

A Dios todopoderoso, quien me hizo que fuera más valiente en todas las situaciones que se presentaron.

## **AGRADECIMIENTO**

A la primera persona que quiero agradecer es a mi tutor, Dr. Clarito Rojas Marín; pues sin su ayuda y conocimientos no hubiese sido posible realizar este trabajo de investigación.

A mis padres, por haberme proporcionado la mejor educación y lecciones de vida. En especial a mi padre, por haberme enseñado que, con esfuerzo, trabajo y constancia todo se consigue, y que en esta vida nadie regala nada. También en especial a mi madre, por que cada día me ha hecho ver la vida de una forma diferente y por confiar en mis decisiones.

A mis compañeros de clase, con los que he compartido grandes momentos.

A todos mis familiares, por su apoyo. En especial a mi esposa Silvina y a mi hija Larissa, por estar siempre a mi lado.

A todos aquellos que siguen estando cerca de mí y que le regalan a mi vida algo de ellos.

## RESUMEN

La presente investigación es referente a la utilización del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje de las rectas y las secciones cónicas, como objetivo general se pretende determinar los efectos de la utilización del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje, reconociendo que la misma es una herramienta valiosa que muy pocos docentes universitarios utilizan todavía en su proceso enseñanza-aprendizaje, tal vez por desconocimiento del alcance de la nueva tecnología. La sociedad actual cuenta con una cantidad de recursos tecnológicos que necesariamente deben ser manejados por los estudiantes para poder convivir con ellos, hacer uso del software GeoGebra contribuirá en la formación de profesionales capaces y competentes. Esta dirigida a estudiantes pre-universitarios de la carrera de Ingeniería Civil de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológica de la Universidad Nacional de Concepción. Como marco metodológico se tuvo en cuenta el paradigma cuantitativo de investigación, el diseño cuasi-experimental con alcance descriptivo, con una población de 65 estudiantes pre-universitarios y 6 docentes, como la población es pequeña no hubo necesidad de elegir muestras, se trabajó con el 100%, en la misma se utilizó como técnica, la prueba mediante un pretest y postest para medir el nivel de conocimiento, y la puesta en marcha de un seminario-taller de manejo del software, registrando las evidencias a través de observaciones directas. De acuerdo a estos resultados obtenidos se puede concluir y responder al objetivo general de la investigación, destacando que existe un nivel de conocimiento esperado llegando a obtener la escala satisfactorio en cuanto al porcentaje y al rendimiento académico, constatándose con esto que la utilización del software GeoGebra es una alternativa válida para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes pre-universitarios. Atendiendo los resultados se puede sugerir a los docentes del área de Matemática, la implementación y uso del software GeoGebra para mejorar el rendimiento académico, evitando clases monótonas y repetitivas.

**Palabras clave:** GeoGebra, enseñanza-aprendizaje, rectas, parábolas, circunferencias.

## SUMMARY

The present investigation is regarding the use of the software GeoGebra in education - learning of the straight lines and the conical sections (parables and circumferences) which general target is to determine the effects of the use of the software GeoGebra in education - learning, admitting that the same one is a valuable tool that very few teachers use still in its process education learning, for ignorance of the scope in the context of the new technology. The current society is provided with a quantity of technological resources that necessary must be handled by the students to be able to coexist with them and, simultaneously, to make use of the GeoGebra, for which the universities must prepare, capable and competent professionals; it is directed for pre-university pupils of the career of Civil engineering of the faculty of Exact and Technological Sciences of the National University of Concepcion. As methodological frame bore in mind the quantitative paradigm, of quasi-experimental design with descriptive scope, with a population of 65 pre-university students, as the population is small there was no need to choose samples, one worked with 100 % of the population, in whom the pretest was used like skill to measure the knowledge level, and seminar - workshop registering the evidences, across direct remarks. In accordance with these obtained results it is possible to conclude and to answer to the general target of the investigation, emphasizing that a level of awaited knowledge exists going so far as to obtain the satisfaction as for the percentage and the academic yield, it to being stated by this that the use of the software GeoGebra is a valid alternative to improve the process of education - learning of the pre-university students. Synthesizing the results of this investigation, it is possible to suggest to the teaching partners of the area of Mathematics, the implementation and use of the software GeoGebra to improve the academic yield, avoiding monotonous and repetitive classes.

**Key words:** GeoGebra, education - learning, straight lines, parables, circumferences.

## INDICE

TAPA.....	i
PORTADA.....	ii
ACTA DE APROBACIÓN.....	iii
DECLARACIÓN DE RESPONSABILIDAD.....	iv
DEDICATORIA.....	v
AGRADECIMIENTO.....	vi
RESUMEN.....	vii
ABSTRACT.....	viii
ÍNDICE.....	ix
INTRODUCCIÓN.....	1
 <b>CAPÍTULO I. PRESENTACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN</b>	
Tema de la investigación.....	4
Título de la investigación.....	4
Planteamiento del problema.....	4
Formulación del problema de investigación.....	5
Pregunta principal.....	5
Preguntas específicas.....	5
Objetivos de la investigación.....	6
Objetivo general.....	6
Objetivos específicos.....	6
Justificación.....	6
Hipótesis.....	8

**CAPÍTULO II. MARCO REFERENCIAL**

Marco conceptual.....	9
Marco teórico.....	11
Marco legal.....	47

**CAPÍTULO III. METODOLOGÍA**

Enfoque, diseño y alcance de la investigación.....	50
Población y muestra.....	51
Procedimientos e instrumentos utilizados para la recolección de datos.....	52
Matriz de definición y operacionalización de las variables.....	55

**CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS**

Presentación y análisis de los resultados.....	56
--	----

**CAPÍTULO V. CONCLUSIÓN**

Conclusiones.....	68
Recomendaciones.....	70

REFERENCIAS O BIBLIOGRAFÍA.....	71
---------------------------------	----

APÉNDICES.....	76
----------------	----

ANEXOS.....	85
-------------	----

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico N° 01.</b> Manejo que tienen los docentes sobre el uso didáctico del Software GeoGebra.....	56
<b>Gráfico N° 02.</b> Consideración sobre las matemáticas.....	57
<b>Gráfico N° 03.</b> Proceso de resolución de los problemas matemáticos seguidos por los estudiantes .....	58
<b>Gráfico N° 04.</b> Interés por los ejercicios presentados por el profesor .....	59
<b>Gráfico N° 05.</b> Desarrollo de actividades de motivación al iniciar la clase.....	60
<b>Gráfico N° 06.</b> Agrado de la manera de enseñanza de las matemáticas en la institución .....	61
<b>Gráfico N° 07.</b> Capacidades adquiridas con el estudio de las matemáticas .....	62
<b>Gráfico N° 08.</b> Aspectos requeridos por el conocimiento matemático.....	63
<b>Gráfico N° 09.</b> Utilidad de los conocimientos matemáticos para todas las actividades humanas .....	64
<b>Gráfico N° 10.</b> Adquisición de los conocimientos matemáticos por la práctica .....	65
<b>Gráfico N° 11.</b> Manera que acostumbran aprender las lecciones matemáticas .....	66
<b>Gráfico N° 12.</b> Beneficio de los conocimientos matemáticos en el campo laboral .....	67

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura N° 01.</b> Ecuación de la recta que pasa por A y B .....	21
<b>Figura N° 02.</b> Ecuación de la recta que pasa por el punto A(5, -4) y que es perpendicular a la recta cuya ecuación es $3x - 7y = 21$ .....	22
<b>Figura N° 03.</b> Recta perpendicular buscada es $7x + 3y = 23$ .....	22
<b>Figura N° 04.</b> Circunferencia.....	24
<b>Figura N° 05.</b> Parábola .....	25
<b>Figura N° 06.</b> Circunferencia con centro fuera del origen de coordenadas.....	25
<b>Figura N° 07.</b> Como se construye con el software Geogebra.....	26
<b>Figura N° 08.</b> Herramienta del software GeoGebra para indicar valor del radio .....	26
<b>Figura N° 09.</b> Herramienta del software GeoGebra para cambiar a otra forma .....	27
<b>Figura N° 10.</b> Parábola con centro en el origen de coordenadas .....	27
<b>Figura N° 11.</b> Elementos de la parábola .....	29
<b>Figura N° 12.</b> Parábola con centros de circunferencia que pasan por el foco F. ....	30
<b>Figura N° 13.</b> Herramientas del software GeoGebra.....	32
<b>Figura N° 14.</b> Origen de una circunferencia y sus elementos.....	33
<b>Figura N° 15.</b> Elementos de una circunferencia .....	34

## INTRODUCCIÓN

La GeoGebra es un programa dinámico para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente. Permite abordar la geometría desde una forma dinámica e interactiva que ayuda a los estudiantes a visualizar contenidos matemáticos que son más complicados de afrontar desde un dibujo estático.

Enfatiza el uso de la tecnología en la enseñanza de la Matemática y todo lo referente a la geometría analítica.

Permite realizar construcciones de manera fácil y rápida, con un trazado exacto y real que, además, revela las relaciones existentes entre la figura construida; también permite la transformación dinámica de los objetos que la componen.

Esta investigación propone determinar los efectos de la utilización del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias, de estudiantes pre-universitarios de la carrera de Ingeniería Civil de la FaCET de la Universidad Nacional de Concepción.

Las contribuciones de la aplicación de GeoGebra son múltiples, propone el uso del software de geometría dinámica, GeoGebra como un espacio educativo facilita los procesos de aprendizaje, en particular del concepto de derivada del cual tradicionalmente privilegiaba los procesos algorítmicos y no el conceptual. Esta propuesta pretende revertir esta situación.

Enlaza los conocimientos matemáticos y la Geometría Analítica resuelve cualquier inconveniente, ya que es, un gran programa de geometría dinámica.

Esta propuesta de investigación se enmarca dentro del enfoque cuantitativo de investigación, de diseño cuasi-experimental y con alcance descriptivo.

Para tal efecto se aplica una metodología basada en la utilización del software GeoGebra para la enseñanza en la materia de Geometría Analítica, en los contenidos de rectas, parábolas y circunferencias (cónicas).

En Geometría una línea recta es aquella que une dos puntos ubicados en un plano, siendo una sucesión ordenada de puntos ininterrumpidos. Es uno de los elementos geométricos básicos y fundamentales, junto al punto y al plano, y se nombra con una letra minúscula. Se puede observar líneas geométricas rectas en el borde de una hoja de papel, o en el contorno de una mesa rectangular o cuadrada, o en un hilo o lana extendidos, etcétera. Las líneas rectas poseen cierta longitud o extensión.

La Geometría es el área dentro de las Matemáticas responsable del análisis de las propiedades y las medidas que ostenta las figuras, ya sea en el espacio o en el plano, mientras tanto, dentro de la geometría uno se encuentra con diferentes clases: geometría descriptiva, geometría plana, geometría del espacio, geometría proyectiva y geometría analítica.

Por su lado, la Geometría Analítica es una rama de la Geometría que se aboca al análisis de las figuras geométricas a partir de un sistema de coordenadas y empleando los métodos del álgebra y del análisis matemático.

Como ya se mencionó, GeoGebra es un programa dinámico para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles. Esto hace que combine dinámicamente, la geometría, el álgebra, el análisis y la estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente.

Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y planillas, y hojas de datos dinámicamente vinculadas.

Estos puntos de referencias mencionados generalmente se convierten en dificultades insalvables para los alumnos. Razón por la cual el docente debe encararlo con mucha creatividad y objetividad para poder despertar el interés del alumno y así mejorar la expectativa de aprendizaje respecto a la enseñanza de las Matemáticas.

El trabajo está estructurado de la siguiente manera:

En el capítulo I, se incorpora la presentación de la investigación, título, el planteamiento del problema, contexto del estudio, formulación de las preguntas, el objetivo general de estudio y los objetivos específicos, la justificación e hipótesis.

En el capítulo II, se presenta el marco referencial, conteniendo el marco conceptual, marco teórico lo cual es fundamental para la investigación, provee el análisis y las consideraciones de los aspectos o dimensiones para la operacionalización de las variables. Incluye el marco legal que permite la incorporación de aspectos legales que sustentan y complementan la tesis.

En el capítulo III, se encuentra el marco metodológico el cual define el enfoque de la investigación, tipo de estudio, diseño y alcance, población y muestra, técnicas utilizadas para la recolección de datos, la operacionalización de las variables.

En el capítulo IV, se realiza el análisis e interpretación de los resultados del trabajo de campo.

En el capítulo V, se presenta las conclusiones y recomendaciones dadas en base al resultado obtenido en el desarrollo del trabajo.

## CAPÍTULO I. PRESENTACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

### **Tema de la investigación**

Utilización del software GeoGebra para mejorar la enseñanza-aprendizaje de la Geometría Analítica (rectas, parábolas y circunferencias).

### **Título de la investigación**

Efectos de la utilización del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje de las rectas, parábolas y circunferencias, de estudiantes pre-universitarios de Concepción.

### **Planteamiento del problema**

La disciplina de la Geometría Analítica se desarrolla en la segunda etapa con los estudiantes pre-universitarios de la carrera de Ingeniería Civil de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas (FaCET), desde el año 2014. Actualmente el estudio de las rectas y las secciones cónicas requiere que los estudiantes tengan un manejo adecuado de los instrumentos geométricos como el compás, el transportador y la regla, además de una buena estructura mental de las bases algebraicas y de las construcciones en dos y en tres dimensiones de las figuras y de los sólidos geométricos más comunes.

Ante la sociedad llena de recursos tecnológicos, las universidades deben preparar a las nuevas generaciones para convivir con estos medios y para hacer uso de la GeoGebra una nueva herramienta que se incorpora en el uso de la TIC.

Entre la diversidad de software educativo para el área de Matemáticas, llama particularmente la atención: la GeoGebra, por ser especialmente de uso libre, es un programa multifuncional; útil para graficar todo tipo de funciones; también sirve para trabajar diferentes temas de geometría, estadística y para hacer guías interactivas (Martínez, 2013, p. 5).

La Geometría Analítica enseñada de una forma tradicional y bastante lineal tanto en la universidad para los docentes como en el bachillerato para los estudiantes les dificulta la comprensión de los conceptos relacionados a las rectas y las cónicas, la identificación de sus elementos, las definiciones formales de las ecuaciones canónicas y la clasificación y diferenciación entre ellas.

Indudablemente el software GeoGebra es una herramienta de gran utilidad para la orientación de un sin número de temáticas (incluidas funciones cúbicas, exponenciales, logarítmicas, entre otras) con el potencial para generar aprendizajes significativos en los estudiantes; además, por ser un software de uso libre puede ser instalado fácilmente en las salas de sistemas de las instituciones Educativas y ser una herramienta de trabajo permanente de los docentes en el área de matemáticas (Martínez, 2013, p. 54). El objetivo de esta investigación es mejorar el bajo rendimiento académico reflejado siempre en las planillas de calificaciones. Por tal motivo se pretende con este proyecto de investigación encarar el proceso de enseñanza-aprendizaje de una forma innovadora, implementando el uso de un recurso educativo digital, específicamente el software GeoGebra.

### **Formulación del problema de investigación**

#### **Pregunta principal.**

¿Cuáles son los efectos de la utilización del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias, de estudiantes pre-universitarios de Concepción?

#### **Preguntas específicas.**

¿Qué manejo tienen los docentes universitarios para la utilización didáctica del software GeoGebra en la enseñanza de rectas, parábolas y circunferencias?

¿Qué manejo tienen los estudiantes pre-universitarios para la utilización didáctica del software GeoGebra en el aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias?

¿Qué diferencias se observan en los niveles de conocimientos entre los estudiantes pre-universitarios antes y después de haber utilizado el software GeoGebra en sus procesos de enseñanza-aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias?

### **Objetivos de la investigación**

#### **Objetivo general.**

Determinar los efectos de la utilización del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias, de estudiantes pre-universitarios de Concepción.

#### **Objetivos específicos.**

Identificar el manejo que tienen los docentes universitarios para la utilización didáctica del software GeoGebra en la enseñanza de rectas, parábolas y circunferencias.

Reconocer el manejo que tienen los estudiantes pre-universitarios para la utilización didáctica del software GeoGebra en el aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias.

Conocer las diferencias que se observan en los niveles de conocimientos entre los estudiantes pre-universitarios antes y después de haber utilizado el software GeoGebra en sus procesos de enseñanza-aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias.

### **Justificación del estudio**

El tema de estudio de las rectas y las secciones cónicas está incluido dentro de la Geometría Analítica y es necesario que los estudiantes pre-universitarios de la carrera de Ingeniería Civil manejen adecuadamente la geometría plana y el aspecto algebraico o analítico para llegar a construir formalmente las ecuaciones generales y al mismo tiempo para que comprendan la aplicación de éstas. También se puede señalar que este proyecto de aula se reflejará en la implementación de las TIC cuando se aplique el

software del GeoGebra. Además, en la actualidad en la Educación Superior se trata de que el alumno aprenda a aprender y a pensar, guiado por los profesores. Esta investigación podrá mejorar cualitativamente la práctica de la enseñanza y, en consecuencia, el proceso y los resultados de aprendizaje de los mismos.

Es un proceso de obtención y generación de conocimientos a través de un método científico y que puede ser divulgado en donde se observa, se descubre, se explica, se predice, se modifica y se confirma los hechos o fenómenos investigado. Con GeoGebra pueden realizarse construcciones a partir de puntos, rectas, semirrectas, segmentos, vectores, cónicas, y otras. Igualmente, permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo, así como la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones de variable real, sus derivadas, integrales, entre otros.

Según Páramo (2006), la implicancia práctica de esta propuesta de investigación puede llegar a mostrar lo importante que resulta que el profesor tenga un manejo efectivo de las TIC, en cuanto al manejo de la herramienta y a la capacidad de incorporarla según el contexto y lo que se desea promover en los estudiantes. En este sentido, GeoGebra ofrece una cantidad importante de opciones como la posibilidad de observación y análisis, la indagación, el descubrimiento, la modelación de situaciones, la creación y la construcción de objetos, y el juego. A través de la aplicación del programa es posible motivar el aprendizaje, ya que habitualmente las clases se centran en la pizarra, pero ello limita la comprensión de conceptos que deben tratarse de manera dinámica e interactiva. En este contexto el estado del arte constituye una categoría central y deductiva que se aborda y se propone como estrategia metodológica para el análisis crítico de las dimensiones algebraicas, epistemológicas y pedagógicas en la enseñanza de la GeoGebra y en la investigación del aprendizaje. La finalidad de este escrito es elaborar una reflexión epistemológica sobre la construcción de un estado del arte de un objeto de estudio. Eso significa que a partir del análisis gnoseológico se concibe el proceso metodológico y técnico de la investigación. La intención es validar la idea de que la postura epistemológica se convierte en la columna vertebral del desarrollo de un estado del arte.

Con la propuesta dinámica, los estudiantes pueden descubrir las propiedades geométricas, las invariantes de la geometría y entender y observar el porqué de los ejemplos que plantea el profesor.

Además, contribuye en la sociedad para el mejoramiento de los conocimientos en cuanto a la Matemática y las ciencias en general con el uso de GeoGebra se pretende mejorar el rendimiento académico de los estudiantes con la implementación de las TIC; permitiendo un espacio de reflexión para poder analizar distintas líneas de investigación y así seguir profundizando el tema cada vez interponiendo nuevos paradigmas y nuevas ideas investigativas.

Así mismo esta investigación puede ayudar a la creación de un nuevo instrumento para analizar y evaluar periódicamente la metodología aplicada, que establezca un conjunto de procedimientos que permitan traducir los resultados del proceso de enseñanza-aprendizaje, que incluso podría ser aplicada a las demás asignaturas, de manera que imprescindible la necesidad de invertir tiempo, recursos y esfuerzo en este proyecto. En este sentido, se considera factible abordar las distintas clases de Geometría Analítica con el uso de un software educativo especializado para las Matemáticas llamado GeoGebra, introduciendo de esta manera una nueva metodología de enseñanza-aprendizaje de dicha asignatura.

### **Hipótesis**

La utilización del software GeoGebra mejora los aprendizajes de las rectas, parábolas y circunferencias de los estudiantes pre-universitarios.

**Variable dependiente.** Enseñanza-aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias.

**Variable independiente.** Utilización del software GeoGebra.

El cuadro de operacionalización de las variables se detalla en el capítulo III, donde se encuentra las características metodológicas de esta propuesta.

## CAPÍTULO II. MARCO REFERENCIAL

### Marco conceptual

#### Geometría Analítica.

La Geometría Analítica consiste en el estudio de las propiedades de figuras geométricas algebraicamente en un sistema de coordenadas. Esta área de las Matemáticas es de gran importancia ya que ha unido los conceptos de análisis y geometría.

Tal y como menciona Montesinos (2010), en su libro Historia de las Matemáticas en la Enseñanza Secundaria, la creación de la Geometría Analítica fue impulsada por dos individuos franceses: René Descartes (1596-1650) y Pierre Fermat (1601-1655). Cada uno de ellos desarrolló su trabajo por su lado pero casi al mismo tiempo. Sin embargo, la geometría analítica no fue producto exclusivo de las investigaciones de Fermat y Descartes, sino que derivó de la síntesis de otros muchos matemáticos entre los que se encuentran como más relevantes Apolonio, Vieta y Oresme.

Los recursos tecnológicos son importantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje (PEA), según la selección que se haga de los mismos, así como de los intereses de los estudiantes para que puedan generar fuentes de aprendizaje, al mismo tiempo que se instruye y educa, lo que hace que el proceso sea más flexible. A su vez, son vías con las que cuenta el estudiante en su proceso de aprendizaje para aprender con mayor eficiencia los conocimientos necesarios de determinada materia (Henrie, Bodily, Manwaring, & Graham, 2015).

#### Rectas.

Una línea recta, es la figura geométrica en el plano formada por una sucesión de puntos que tienen la misma dirección. Dados dos puntos diferentes, sólo una recta pasa por esos dos puntos. También, es la figura geométrica formada por un polinomio de primer grado  $a_0 + a_1x$ . Se puede decir que, es la figura geométrica obtenida al unir

dos puntos, tal que la distancia recorrida sobre ésta figura, es la más corta (José de Jesús A. A., pp. 2007-2008).

### **Capacidad.**

Rivas (2012), define el término capacidad, como un conjunto de habilidades cognitivas que facilita el desenvolvimiento en distintas situaciones. Es el poder realizar una actividad. En la vida cotidiana, la capacidad se manifiesta cuando se aplican contenidos para desarrollar una tarea, entonces se dice que el sujeto tiene capacidad y se desenvuelve satisfactoriamente en dicha actividad.

### **Competencia.**

Mertens, L. (2000); y Brum y Samarcos, (2001); realizando una apretada síntesis del concepto de competencia, han llegado a definir el término como un conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes aplicados en el desempeño exitoso de una ocupación o cargo, combinando dentro de un sistema integrado a los diferentes conocimientos, experiencias, habilidades mentales, actitudes, valores, motivos, aptitudes y capacidades que permiten desempeñar tareas y actividades laborales con éxito.

### **Aprendizaje.**

Se denomina aprendizaje al proceso de adquisición de conocimientos, habilidades, valores y actitudes, posibilitado mediante el estudio, la enseñanza o la experiencia. Dicho proceso puede ser entendido a partir de diversas posturas, lo que implica que existen diferentes teorías vinculadas al hecho de aprender.

En la sociedad del conocimiento el aprendizaje no se circunscribe a un determinado espacio como las instituciones educativas; se exige aprender en todos los contextos. Por otra parte, el aprendizaje no puede quedar limitado a un determinado periodo temporal en el ciclo vital de la persona. No se puede ya vivir de las rentas de conocimientos adquiridos en los años de formación. Los continuos cambios en todos los niveles conllevan nuevas demandas profesionales y nuevas exigencias personales.

Es obligado aprender a lo largo de toda la vida de la persona. La enseñanza-aprendizaje en la universidad debe capacitar a las personas para ese aprendizaje permanente. En la sociedad del conocimiento, cada persona ha de asimilar una base de conocimientos rigurosos y estrategias eficaces (Delors, 1996; García García, 2006).

### **Marco teórico**

#### **GeoGebra-Definiciones.**

Es un software matemático interactivo para ayudar a la educación interactiva que reúne dinámicamente Geometría, Álgebra y Cálculo, es un procesador geométrico y un procesador algebraico, es decir, un compendio de Matemática con software interactivo.

Al elegir un software como herramienta de apoyo a la enseñanza se deben considerar la característica del mismo, se requiere que el software utilizado sea accesible, libre y de fácil manipulación, que cuente con un proceso de instalación automático y sencillo, que sea aceptado en todas las plataformas. Todo este requerimiento los reúne el software Geogebra. Este programa es pensado para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, intuitiva, fácil de usar, de estética cuidada, con grandes posibilidades pedagógicas y en continuo desarrollo para el profesorado y el alumnado de educación media en general. Es un entorno sencillo, amigable y potente con el que podemos realizar fácilmente construcciones geométricas y analíticas, este entorno se llama Geogebra, el cual reúne geometría, algebra y calculo (Campo, 2012, p. 31).

Dado a que Geogebra recoge todas las herramientas de un software geométrico dinámico, permite reconocer y conservar las diversas representaciones mediante diferentes sistemas de notación, ya que facilita la construcción y razonamiento de objetos matemáticos, donde dichas construcciones se definen a partir de propiedades cualitativos, premeditando la interpretación de las ecuaciones y en general, la geometría analítica.

GeoGebra no es solo uno de los mejores programas de geometría dinámica e interactiva, sino que combina otras ramas de las matemáticas, como álgebra y análisis. Su ventana gráfica permite hacer construcciones geométricas con puntos, rectas, polígonas, funciones, etc. modificable dinámicamente.

Su ventana algebraica permite ingresar coordenadas y ecuaciones directamente, incluso variables y comandos propios. Es decir, una expresión en la ventana algebraica se corresponde con un objeto de la ventana geométrica, y viceversa; esto evita en cierta medida los problemas que se pueden generar cuando ocurren cambios de representaciones y además permite la traducción de lenguajes: natural y matemático. A través de esto, el estudiante puede crear un vínculo de descubrimiento con el software y apreciar las acciones realizadas cuantas veces sea necesario, ya que permite recolectar los movimientos ejecutados y la información que genera el proceso de construcción (Hohenwarter, 2009, p. 9).

### **Ventajas de GeoGebra.**

- Se puede ingresar ecuaciones coordenadas directamente.
- Permite manejar funciones y ofrece un repertorio de comandos propios.
- Cuenta con ventanas activas para: (vista gráfica, vista algebraica, barra de entrada y hoja de cálculo).
- Permite identificar puntos singulares de una función, como raíces o extremos.
- Todos los gráficos se aprecian mejor
- Es de muy fácil de aprender y presenta un entorno de trabajo agradable, los estudiantes pueden realizar sus gráficos con alta calidad y pueden manipularse de forma simple para aumentar el rendimiento visual.

### **Características del software GeoGebra.**

Es un software libre. Se fundamenta en cinco libertades:

- Se tiene acceso al código fuente.
- Distribuir versiones modificadas del programa.
- Redistribuir copias, tanto gratis como por un precio.

- En la mayoría de los casos el software libre está disponible de manera gratuita, pero también existe software gratuito que no es software libre. Para que un software se clasifique como libre, debe cumplir las libertades anteriormente mencionadas (Jiménez, Vasques, Checa, González, & Mendez, s.f).
- Con estos beneficios que nos dan los softwares libres, los docentes y estudiantes, no deben dejar de utilizarlos en sus sesiones de aprendizaje, deben sacar provecho de ellos para que pongan en práctica toda su creatividad ya sea al momento de sus sesiones o mejorando el programa.

### **Software privativo o comercial.**

Es aquel software que generalmente la licencia tiene un precio por cada usuario, sus actualizaciones tienen un precio. Este software presenta cierto tipo de restricciones al usuario ya que no se puede redistribuir copias del software, instalarlo en un número de equipos diferentes al establecido en la licencia, estudiarlo y modificarlo para adaptarlo a las condiciones propias del entorno o de la región, ya que el código fuente del programa no está disponible, esto de alguna manera imposibilita que se genere investigación y una construcción cooperativa del conocimiento, en cuanto a tecnología se refiere, haciendo que la persona se limite a ser usuaria y consumidora de la misma y que no genere procesos que le permitan ser innovadora (Jiménez, Vasques, Checa, González, & Mendez, s.f).

### **Valoración didáctica.**

El programa es de fácil manejo y no requiere de mucho tiempo y esfuerzo para su aprendizaje. Al tratarse de un programa de dibujo se pueden comprobar los aciertos y errores de la construcción de forma automática. Es de muy fácil aprendizaje y presenta un entorno de trabajo agradable. Los gráficos se pueden exportar con facilidad tanto a páginas web interactivas en las que la construcción funciona como un Applet de Java, como a documentos de texto. La manipulación directa de los objetos geométricos hace posible la experimentación en dominios que anteriormente eran inaccesibles para el alumno. Además, su conocimiento queda marcado por relación directa entre percepción y conceptualización durante la interacción con el programa y la socialización en el marco de la clase (Campo, 2012).

### **Estructura del software GeoGebra.**

*Componentes principales.* Al abrir el programa se puede apreciar las siguientes secciones:

- Barra de menú. Contiene siete opciones que nos permite realizar modificaciones al lugar geométrico que esté diseñado.
- Barra de herramientas. Se despliega de esta barra los diferentes íconos para realizar el gráfico con opciones específicas.
- Barra de entrada. Permite expresar valores, coordenadas y ecuaciones que se introducen por medio del teclado.

A todas estas opciones se la puede modificar con el menú contextual que permite al usuario cambiar la forma estructural de las funciones que se presentan en la vista gráfica (Hohenwarter & Hohenwarter, 2009).

*Vistas de la ventana del software.* Son las siguientes:

- Vista algebraica. Zona donde se visualiza directamente los datos introducidos mediante comando o por la representación de un objeto. Lo ingresado a la vista algebraica se visualizará automáticamente en la vista gráfica.
- Vista gráfica. Nos permite observar diversos gráficos de figuras geométricas o funciones utilizando las herramientas de construcción disponibles en la barra de herramientas al utilizar el mouse o realizar construcciones geométricas utilizando comandos específicos que se introducen en la barra de entrada.
- Vista hoja de cálculo. Toda celda de la hoja de cálculo de GeoGebra tiene una denominación específica que permite dirigirse a cada una en las celdas de una hoja de cálculo, pueden ingresarse tanto números como cualquier otro tipo de objeto tratado por GeoGebra (Hohenwarter & Hohenwarter, 2009).

### **Importancia del uso de GeoGebra en la enseñanza.**

El software Geogebra brinda diversas posibilidades a los alumnos para mejorar su aprendizaje en el proceso de enseñanza facilita la posibilidad de visualizar objetos matemáticos tanto en la ventana Gráfica como en la ventana algebraica, a través de

manipulación de los objetos y usando la ventana de campo de entrada del GeoGebra de esta manera se disminuye la memorización de conceptos y se convertirá en un aprendizaje significativo que contribuirá con esta modalidad de educación, ya que su incorporación les permitirá tanto a profesores como a los estudiantes contar con una herramienta didáctica fundamental para el desarrollo del proceso de enseñanza – aprendizaje que permite el tratamiento de la diversidad en el trabajo grupal es un elemento motivador en el aula de matemática.

Al ser portátil y libre, los alumnos tendrán la posibilidad de practicar en el momento disponible según a su propio ritmo de aprendizaje, que requiere de nuevos enfoques formativos que nos permita aprender a aprender para la vida

### **Incorporación del programa GeoGebra en la clase de Matemática.**

El programa GeoGebra es un recurso tecnológico que es parte del proceso de enseñanza aprendizaje por lo tanto se debe incluirlo en la planificación de clase. Los estudiantes deben conocer del programa GeoGebra, y para ello el docente debe planificar la clase introductoria, la misma que debe seguir la siguiente secuencia. En el aula de laboratorio de computación se debe verificar que todos los ordenadores se encuentren disponibles a la instalación del programa antes de que los estudiantes ingresen al aula. Una vez instalada el programa se produce a explicar la estructura de la pantalla, la manera adecuada de introducir los datos. El programa GeoGebra al ser una alternativa que permite obtener el resultado del ejercicio, de una función de forma rápida y precisa, se lo comienza a emplear después de sustentar la teoría de cada concepto (Recta, circunferencia, parábola) que se detallan en el contenido matemático para verificar los resultados que se obtiene al resolver los ejercicios de forma tradicional (Bonilla, 2013).

### **Software educativo.**

Silva y Oteiza (2001), al hablar de software educativo nos estamos refiriendo a los programas educativos o programas didácticos, conocidos también, como programas por ordenador, creados con la finalidad específica de ser utilizados para facilitar los procesos de enseñanza - aprendizaje. Se excluyen de este tipo de programas, todos

aquellos de uso general utilizados en el ámbito empresarial que también se utilizan en los centros educativos con funciones didácticas o instrumentales como: procesadores de texto, gestores de base de datos, hojas de cálculo, editores gráficos, entre otros.

Son los programas de computación realizados con la finalidad de ser utilizados como facilitadores del proceso de enseñanza y consecuentemente del aprendizaje, con algunas características particulares tales como: la facilidad de uso, la interactividad y la posibilidad de personalización de la velocidad de los aprendizajes (Cataldi, 2000).

El software educativo tiene diversos enfoques, estos dependen de la signatura a la cual se aplique.

En Marqués (1998), se clasifican en cinco características fundamentales:

- Poseen una finalidad didáctica desde el momento de su elaboración.
- Utilizan la computadora como soporte en el que los alumnos realizan las actividades que ellos proponen.
- Son interactivos. Contestan inmediatamente las acciones de los estudiantes y permiten un diálogo y un intercambio de informaciones entre el ordenador y los estudiantes.
- Individualizan el trabajo de los estudiantes, ya que se adaptan al ritmo de cada uno y pueden modificar sus actividades según las actuaciones de los alumnos.
- Son fáciles de usar. Los conocimientos informáticos necesarios para utilizar la mayoría de estos programas son similares a los conocimientos de electrónica necesarios para usar un vídeo, es decir, son mínimos, aunque cada programa tiene sus propias reglas de funcionamiento que es necesario conocer.

Para explicar Geometría Analítica Plana existen un sin número de software que permiten al docente guiar el proceso de enseñanza aprendizaje pero se consideró que por sus características de generación el más propicio para incluirlo en la planificación es el Programa Geogebra que a continuación se describen sus características.

Al utilizar los programas educativos se aumenta el valor de utilidad de los mismos generando nuevas investigaciones que permitan crear o innovar nuevos software con

más aplicaciones y comandos más interactivos faciliten que faciliten el trabajo docente.

Previo a la selección del software con el cual se trabajará es pertinente realizar una evaluación del mismo que permitirá seleccionar las áreas adecuadas para el proceso educativo.

Marqués (1998), considera que existen diversos son los aspectos a considerar al momento en que nos proponemos evaluar un software educativo algunos de estos aspectos son:

- Alumnos a los que va dirigido
- Contenidos que abordará
- Docentes que lo utilizarán
- Modalidad de la clase en la cual se va a implementar
- Teoría de enseñanza y aprendizaje desde la cual se va a implementar
- Equipamiento que requiere (p. 25).

Marqués (1998), indica algunas de las características específicas del que debe poseer el software:

- Facilidad de uso e instalación
- Versatilidad (adaptación a diversos contextos)
- Calidad del entorno audiovisual
- Calidad en los contenidos (bases de datos)
- Navegación e interacción
- Originalidad y uso de tecnología avanzada
- Capacidad de motivación. (p. 25).

Si se toma en consideración que el objetivo de un software es alcanzar el desarrollo de destrezas durante el proceso de enseñanza aprendizaje el docente debe analizar las características que presenta el programa educativo antes de incluirlo en la actividad escolar.

Los aspectos antes mencionados por el autor se deben considerar ya que pueden determinar el éxito o fracaso del uso de un software en el instante de aplicación por no contener características que faciliten su aplicación en el aula de clases (Hohenwarter y Hohenwarter, 2009).

### **Manejo didáctico del uso de software GeoGebra.**

Balacheff (2000), reflexiona en torno al uso de entornos informáticos en la enseñanza de las matemáticas, señalando que "modifican el tipo de matemáticas que se puede enseñar, el conjunto de problemas y las estrategias didácticas. El conocimiento profesional del profesor también debe modificarse" (p. 93).

En lo que respecta al conocimiento (tanto desde el punto de vista del alumno como del profesor), destaca que "no puede leerse simplemente en la pantalla, es el resultado de una construcción en el proceso de interacción con la máquina" (p. 94).

Este autor reconoce que un cambio de herramientas durante la enseñanza conduce a un cambio en los problemas interesantes que se pueden plantear. Menciona dos tipos de transformaciones:

"Por un lado, la tecnología informática ofrece la posibilidad de tratar problemas y experimentar situaciones que sin ella no serían accesibles para la enseñanza y el aprendizaje. Por otro lado, dicha tecnología abre la posibilidad de adoptar un enfoque experimental de las matemáticas que cambia la naturaleza de su aprendizaje" (p. 96).

Sugiere que el uso de estos entornos amerita una reflexión en torno a la problemática de la modelización: la relación entre el campo experimental (proporcionado por el software) y los objetos matemáticos que se ponen en juego requiere de una conceptualización. En lo que respecta al uso de un software de geometría dinámica, es importante reconocer que si los alumnos construyen conocimientos a partir de la interacción con el entorno, "las características del comportamiento del software, incluyendo las no intencionadas, se transformarán, probablemente, en características específicas del significado construido por los estudiantes" (Balacheff, 2000; p. 100). Plantea, por ejemplo que el dibujo de un

segmento en la pantalla se caracteriza por tener los extremos destacados, lo que conduciría a pensar que "un segmento está formado por una línea y dos extremos". Plantea, asimismo, la particularidad de que durante la lectura en la pantalla, un profesor y un estudiante comparten hechos, pero no fenómenos. Se puede observar el hecho de que las mediatrices de los lados del triángulo concurren en un punto, por ejemplo, pero el fenómeno por el cual ocurre lo conoce el profesor, aunque no necesariamente el alumno.

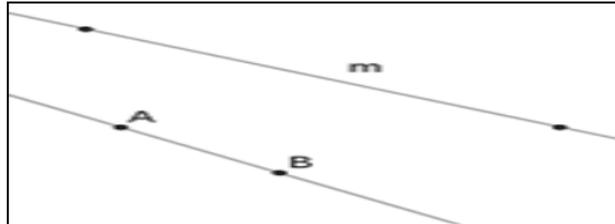
### **Geometría Analítica. Generalidades.**

Existe una cierta controversia sobre la verdadera paternidad de este método. Lo único cierto es que se publica por primera vez como "Geometría Analítica", apéndice al Discurso del método, de Descartes, si bien se sabe que Pierre de Fermat conocía y utilizaba el método antes de su publicación por Descartes. Aunque Omar Khayyam ya en el siglo XI utilizara un método muy parecido para determinar ciertas intersecciones entre curvas, es imposible que alguno de los citados matemáticos franceses tuviera acceso a su obra (Tortosa Grau, 2012).

El nombre de geometría analítica corrió parejo al de geometría cartesiana, y ambos son indistinguibles. Hoy en día, paradójicamente, se prefiere denominar geometría cartesiana al apéndice del Discurso del método, mientras que se entiende que geometría analítica comprende no sólo a la geometría cartesiana (en el sentido que acabamos de citar, es decir, al texto apéndice del Discurso del método), sino también todo el desarrollo posterior de la geometría que se base en la construcción de ejes coordenados y la descripción de las figuras mediante funciones algebraicas o no hasta la aparición de la geometría diferencial de Gauss (decimos "paradójicamente" porque se usa precisamente el término "geometría cartesiana" para aquello que el propio Descartes bautizó como "geometría analítica").

El problema es que durante ese periodo no existe una diferencia clara entre geometría analítica y análisis matemático esta falta de diferencia se debe precisamente a la identificación hecha en la época entre los conceptos de función y curva, por lo que resulta a veces muy difícil intentar determinar si el estudio que se está realizando corresponde a una u otra rama.

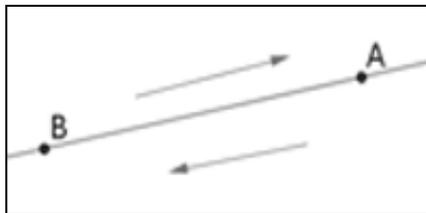
Lo novedoso de la geometría analítica es que permite representar figuras geométricas mediante fórmulas del tipo  $f(x, y) = 0$ , donde  $f$  representa una función u otro tipo de expresión matemática. En particular, las rectas pueden expresarse como ecuaciones polinómicas de grado 1 (por ejemplo,  $2x + 6y = 0$ ) y las circunferencias y el resto de cónicas como ecuaciones polinómicas de grado 2 (la circunferencia  $x^2 + y^2 = 9$ , la hipérbola  $xy = 1$ ).



Una recta es una sucesión infinita de puntos, situados en una misma dirección.

Una recta tiene una sola dimensión: la longitud.

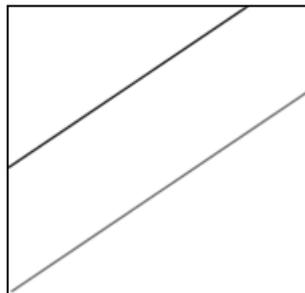
Las rectas se nombran mediante dos de sus puntos o por una letra minúscula. Dos puntos determinan una recta.



Una recta indica una dirección y dos sentidos contrarios.

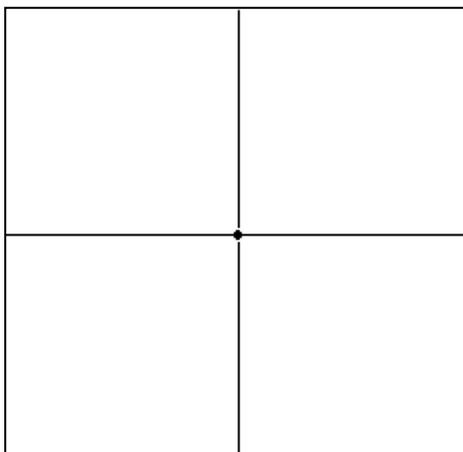
### Clases de rectas

#### *Rectas paralelas.*



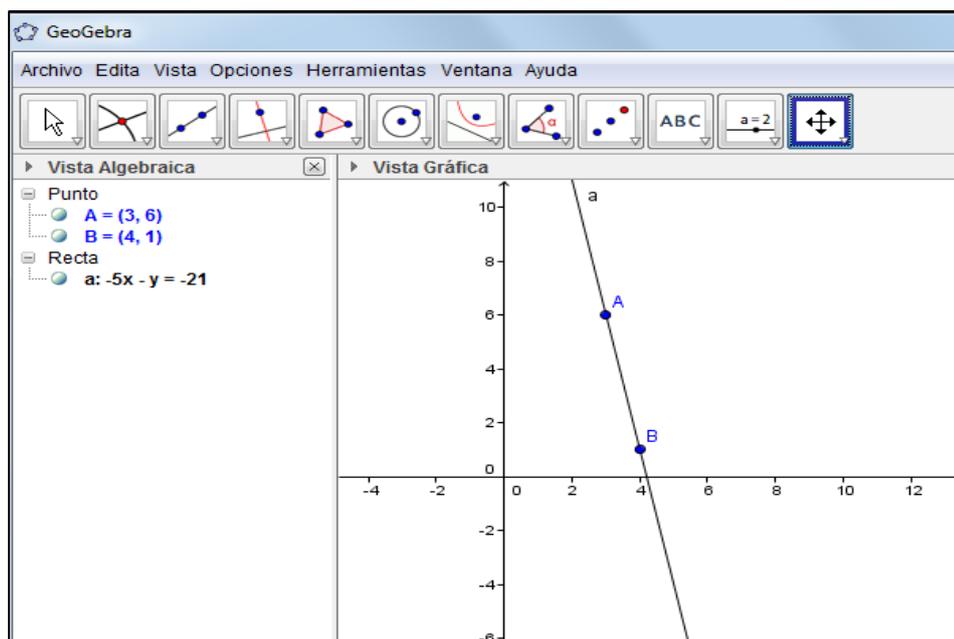
Las rectas paralelas no se cortan en ningún punto.

### *Rectas perpendiculares.*

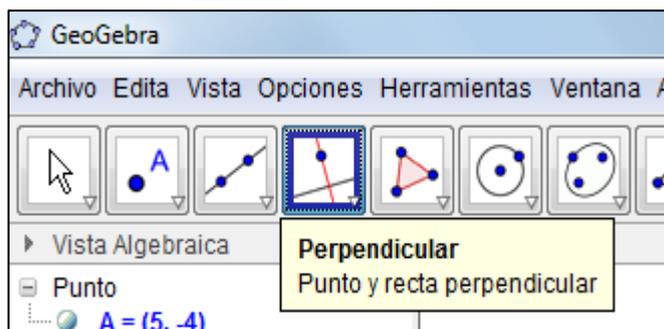


Dos rectas son perpendiculares cuando al cortarse forman cuatro ángulos iguales de  $90^\circ$

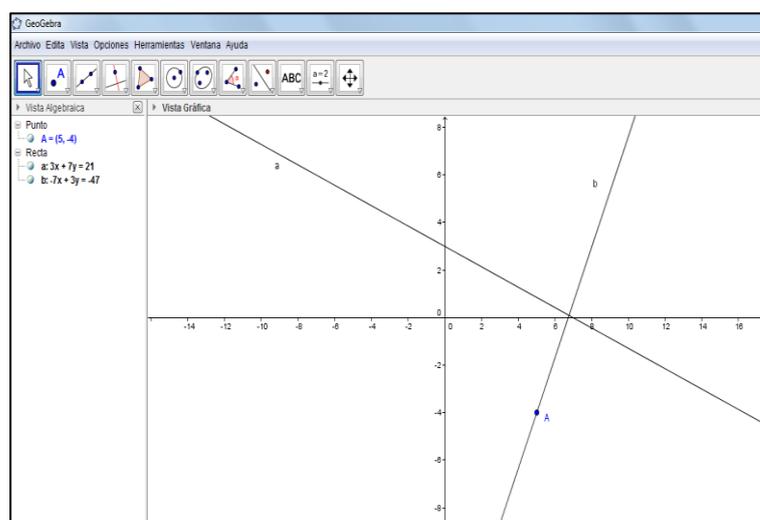
### Construcción de rectas en el programa Geogebra.



**Figura N° 1.** Ecuación de la recta que pasa por A y B



**Figura N° 2.** Ecuación de la recta que pasa por el punto  $A(5, -4)$  y que es perpendicular a la recta cuya ecuación es  $3x - 7y = 21$



**Figura N° 3.** Recta perpendicular buscada es  $7x + 3y = 23$

### Secciones cónicas.

Las secciones cónicas eran conocidas aproximadamente durante el siglo VII a.C., sin embargo, los estudios sistemáticos y racionales no comenzaron hasta aproximadamente el primer siglo de la época Helenista, donde el griego Menaechmos fue el primero en estudiar las secciones cónicas. Llegó a ellas tratando de resolver uno de los tres problemas griegos clásicos: la construcción de un cubo del doble de volumen de otro cubo; posteriormente, sobresalieron por su contribución e importantes logros de los matemáticos Euclides, Arquímedes y Apolonio de Perga. De estos tres personajes, serán Euclides y Apolonio quienes sentarán los conocimientos esenciales de la época, y de entonces en adelante.

El primero escribió un tratado de cuatro tomos sobre las secciones cónicas, pero sería Apolonio quien, con su obra CONICAS (recopilada en 8 tomos), establecería los conocimientos y bases fundamentales de las secciones cónicas las cuales prevalecerían hasta nuestros días, ya que, luego de la publicación de dicha obra suya, ningún otro matemático de la historia trataría de mejorar lo establecido por Apolonio. A estas secciones cónicas se les han dado diferentes definiciones, las cuales provienen de distintas ramas de la matemática.

### **Origen de las secciones cónicas.**

Las secciones cónicas eran conocidas aproximadamente durante el siglo VII a.C. y el interés por estas curvas aumentaba a medida que se empleaban en la resolución de problemas. Pero un estudio sistemático y racional no comenzó hasta aproximadamente el primer siglo de la Época Helenista, la influencia de Apolonio sobre las secciones cónicas tiene una importancia mayor a la usual.

Durante aproximadamente 150 años, se refirieron a ellas por la forma común a como habían sido descubiertas: secciones de un cono agudo, secciones de un cono rectángulo, y secciones de un cono obtuso. Arquímedes continuó utilizando estos nombres, aunque según parece también uso ya el nombre de parábola como sinónimo para una sección de un cono rectángulo. Sin embargo, fue Apolonio, posiblemente, siguiendo los consejos de Arquímedes, quien hablo o nombro por primera vez, las secciones cónicas como "elipse" e "hipérbola". Los nombres dados no eran nuevos, sino que adaptados de un uso anterior, posiblemente obtenidos de los pitagóricos, como la solución de ecuaciones cuadráticas por el método de aplicación de áreas.

Ellipsis, que significa una deficiencia, se utilizaba cuando un rectángulo dado debía aplicarse a un segmento dado y resultaba escaso en un cuadrado (u otra figura dada). Mientras que la palabra Hipérbola (de "avanzar más allá") se adoptó para el caso en que el área excedía el segmento dado y por último la palabra Parábola (de "colocar al lado" o "comparar") indicaba que no había ni deficiencia ni exceso. Apolonio aplico estas palabras en un contexto nuevo utilizándolas con nombres para las secciones cónicas (Mondragón Chavarria, s.f.).

### Aportes científicos de las cónicas.

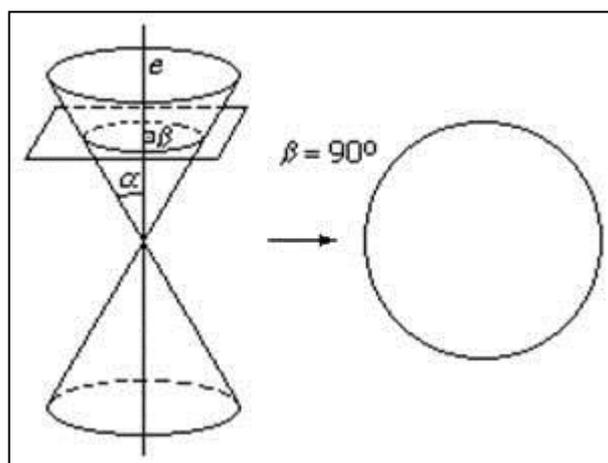
De todas las investigaciones realizadas por algunos matemáticos, en la actualidad se sabe que Apolonio de Perga fue el primero en estudiar detalladamente las curvas cónicas y encontrar la propiedad plana que las definía. Descubriendo en ellas que se podían clasificar en tres tipos a los que dio el nombre: elipses, hipérbolas y parábolas.

### Definición de las secciones cónicas.

Son aquellas secciones que resultan al intersecar una superficie cónica de revolución con un plano. Según la posición del plano secante, en la superficie pueden obtenerse una circunferencia, parábola, elipse hipérbola. Cumpliéndose que el conjunto de puntos que forma cada cónica tienen una misma propiedad, lo cual es característica fundamental de lo que en geometría llamamos lugar geométrico.

Las denominadas cónicas en geometría se pueden obtener y mostrar gráficamente al cortar un cono circular recto de doble rama con un plano (Swokowski, 2011), situación que se da de acuerdo a las posiciones relativas entre estos dos elementos.

La sección producida por un plano perpendicular al eje es una circunferencia.



**Figura N° 4.** Circunferencia

La sección producida por un plano paralelo a una de las generatrices es una parábola.

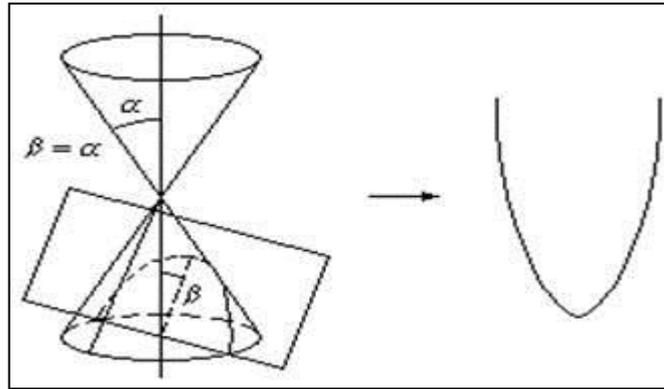


Figura N° 5. Parábola

### Lugar geométrico y ecuaciones generales de las secciones cónicas.

Desde un punto de vista analítico se puede definir cónica como la curva que responde a una ecuación del tipo:

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$$

Los valores que toman A, B, C, D, E y F, determinan el tipo de la cónica y su posición en el plano. Permitiendo que dichos coeficientes tomen valores cualesquiera, además de los cuatro tipos de cónicas, se obtienen cónicas degeneradas e incluso cónicas imaginarias.

Lugar Geométrico, es un conjunto de puntos que cumplen una misma propiedad. Es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de un punto ubicado en el mismo plano denominado centro. La distancia del centro a cualquier punto se denomina radio.

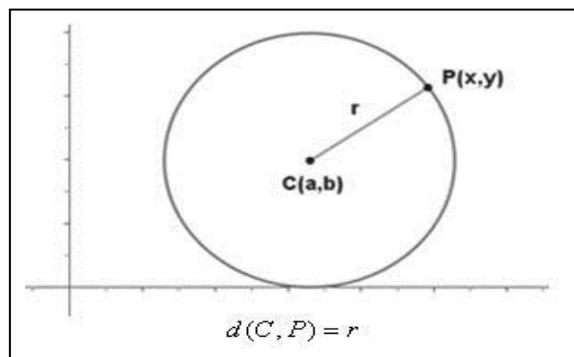


Figura N° 6. Circunferencia con centro fuera del origen de coordenadas

Centro: C(a; b)

Radio: r

Ecuaciones de la Circunferencia

$$x^2 + y^2 + Cx + Dx + Ey + F = 0$$

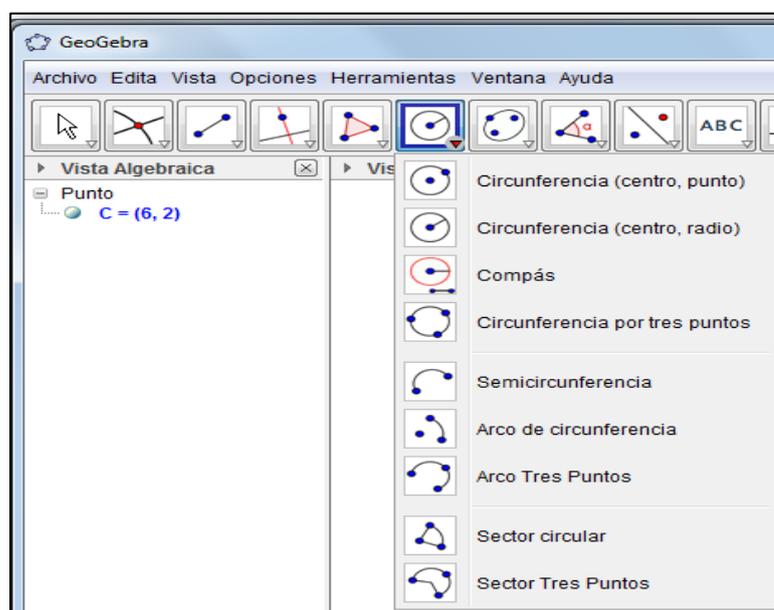
Circunferencia con centro en el punto (a, b)

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2, r = \text{radio}$$

Circunferencia con centro en el origen(0,0).

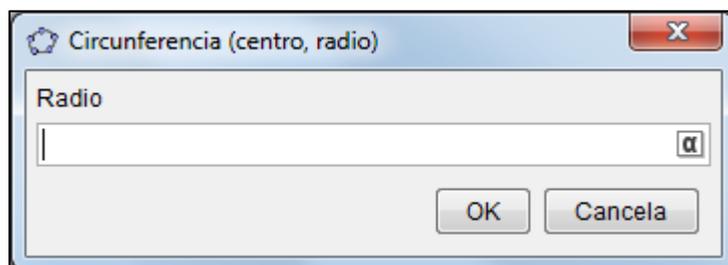
$$x^2 + y^2 = r^2, r = \text{radio}$$

### Como construir secciones cónicas



**Figura N° 7.** Como se construye con el software Geogebra

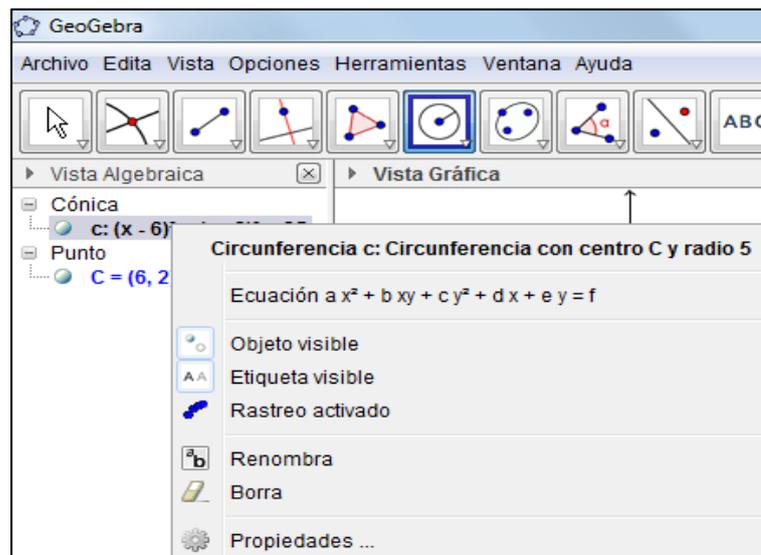
Al activar esta herramienta, *GeoGebra* solicita hacer clic en el centro e indicar el valor del radio.



**Figura N° 8.** Herramienta del software GeoGebra para indicar valor del radi

Al dar el valor del radio se observará la gráfica de la Circunferencia y en la Vista Algebraica aparece la ecuación en la forma ordinaria:  $(x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 25$ .

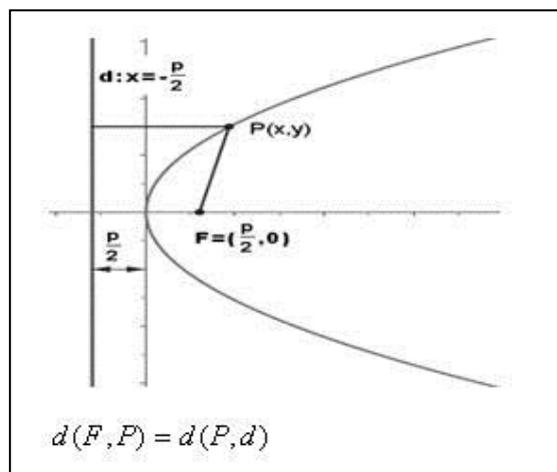
Al activar el menú emergente en la ecuación ordinaria, se cuenta con la opción de cambiar a otra forma.



**Figura N° 9.** Herramienta del software GeoGebra para cambiar a otra forma

**Porcentaje de juicios valorativos emitidos correctamente acerca de los conceptos planteados.**

**Parábola.** Es el lugar de los puntos de un plano que equidistan de un punto y de una recta del mismo plano. El punto se denomina foco y la recta directriz.



**Figura N° 10.** Parábola con centro en el origen de coordenadas

**Componentes de la parábola.**

- Foco. Es el punto fijo de F.
- Directriz. Es la recta fija d.
- Parámetro. Es la distancia del foco a la directriz, se designa por la letra p.
- Eje. Es la recta perpendicular a la directriz que pasa por el foco.
- Vértice. Es el punto de intersección de la parábola con su eje.
- Radio vector. Es un segmento que une un punto cualquiera de la parábola con el foco.

**Ecuaciones.**

$$ax^2 + bx + c = y \vee ay^2 + by + c = x$$

(Dependiendo si es vertical u horizontal).

Parábola vertical el signo  $\pm$  ("mas" o "menos") dirá si la abertura es hacia arriba o abajo.

$$(x - h)^2 = \pm 4c(y - k)$$

Parábola horizontal el signo  $\pm$  dirá si la abertura es hacia derecha o izquierda respecto.

$$(y - k)^2 = \pm 4c(x - h)$$

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0 \Leftrightarrow \frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1; A \neq B \wedge a \neq b$$

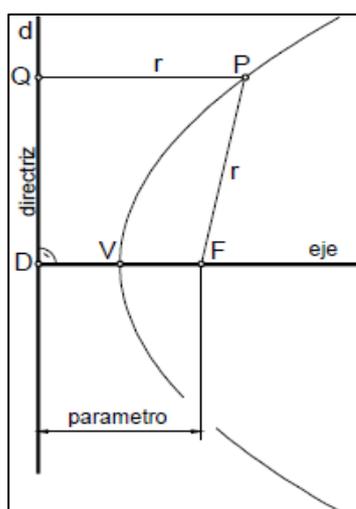
**Uso de herramienta parábolas.**

En Matemática, una parábola (del griego παραβολή) es la sección cónica de excentricidad igual a 1 resultante de cortar un cono recto con un plano cuyo ángulo de inclinación respecto al eje de revolución del cono sea igual al presentado por su generatriz. El plano resultará por lo tanto paralelo a dicha recta. Se define también como el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de una recta

llamada directriz y un punto exterior a ella llamado foco. En geometría proyectiva, la parábola se define como la curva envolvente de las rectas que unen pares de puntos homólogos en una proyectividad semejante o semejanza.

La parábola es una curva abierta y plana, que se define como el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto denominado foco, y una recta denominada directriz, observando la figura,  $FP = PQ = r$ .

El eje de la parábola es la recta perpendicular a la directriz, que pasa por el foco  $F$ . La distancia  $FD$ , del foco a la directriz, se denomina parámetro de la parábola, el punto medio del segmento  $FD$ , es el punto  $V$ , que se denomina vértice de la parábola (Valdivia Eguia, R. 2014).



**Figura N° 11.** Elementos de la parábola

### Propiedades y elementos.

La parábola se puede considerar como una elipse, uno de cuyos vértices se encuentra en el infinito, así como el centro de la curva. Partiendo de esta consideración, comprobaremos que las propiedades enunciadas para la elipse, se cumplen igualmente en la parábola.

La circunferencia principal  $C_p$ , pasará por el vértice  $V$  de la curva, y dado que el centro de la curva se encuentra en el infinito, la circunferencia principal resulta ser la

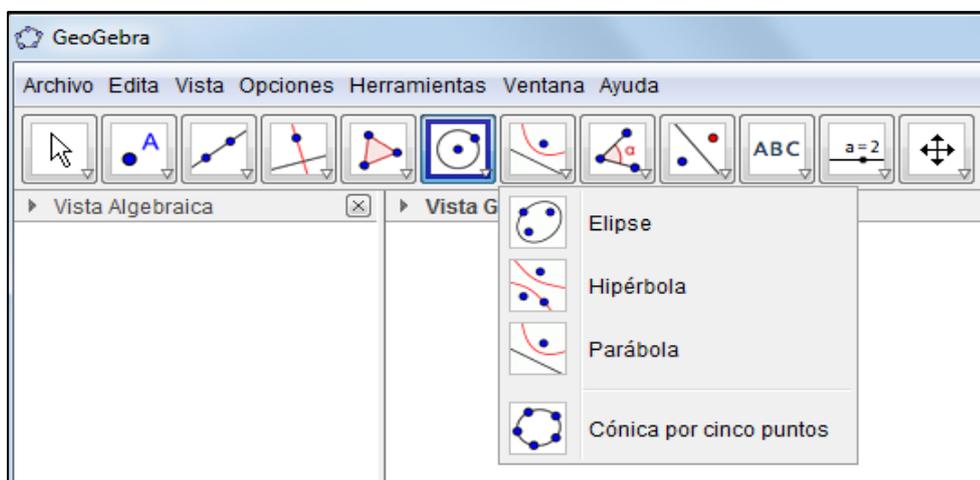
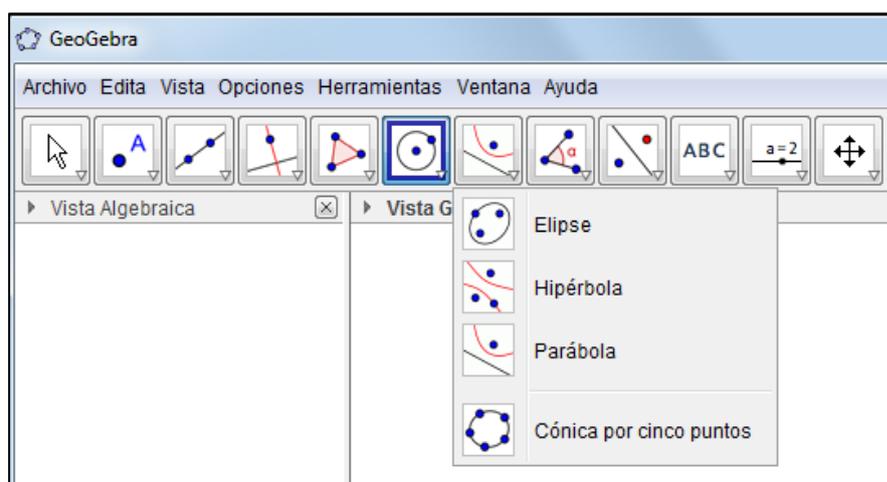


Establece una parábola con foco en el punto indicado y directriz acorde a la recta, semirrecta o segmento dado. Ejemplo:

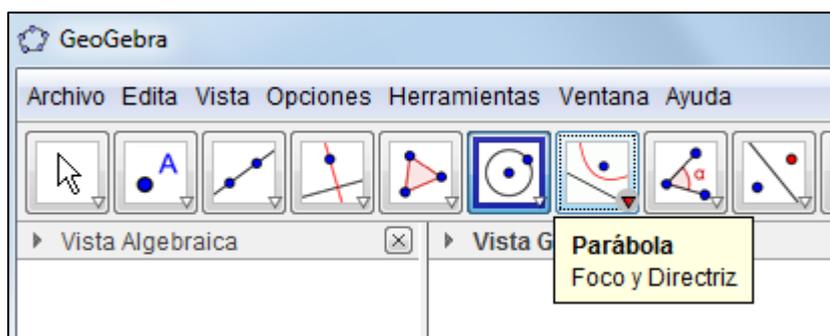
Parábola [F, g] traza la parábola con punto focal  $F$  y directriz acorde a  $g$

Nota: Ver también las herramientas:  Parábola y el comando parámetro.

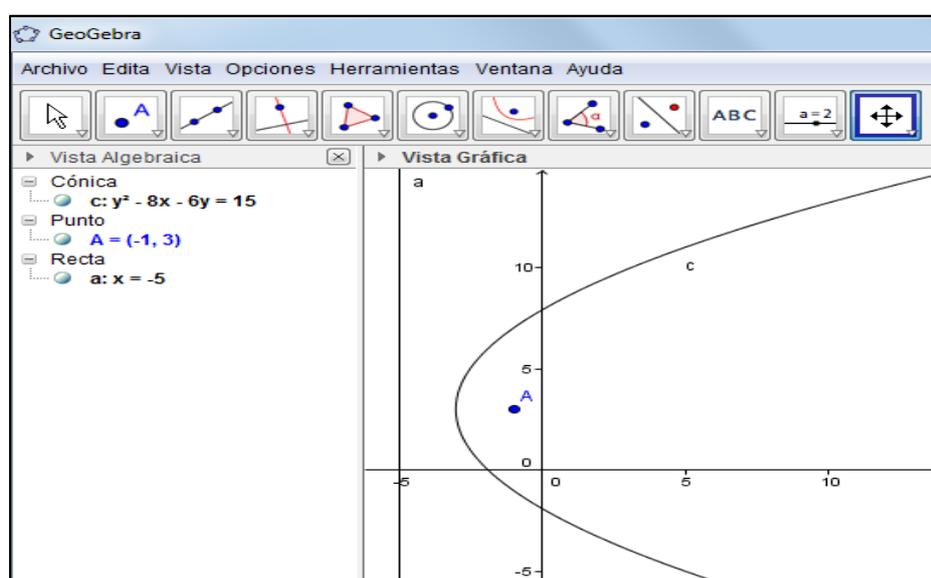
*Elaboración de parábolas por medio de uso del software GeoGebra.*



Esta herramienta solicita se proporcionen el foco y la directriz.



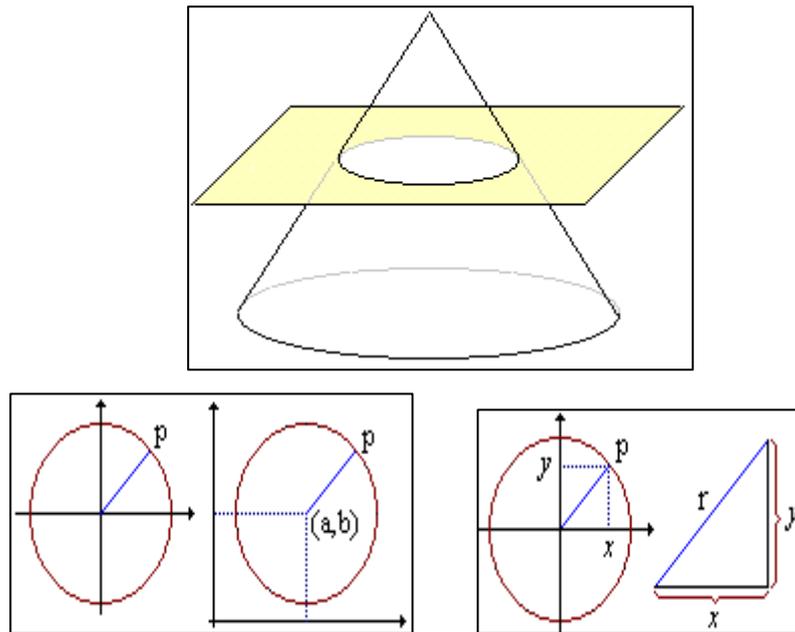
Después de hacer clic en los elementos solicitados se obtiene la gráfica y su ecuación.



**Figura N° 13.** Herramientas del software GeoGebra

### Uso de herramienta circunferencias.

Se denomina circunferencia al lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado centro. El radio de la circunferencia es la distancia de un punto cualquiera de dicha circunferencia al centro.



**Figura N° 14.** Origen de una circunferencia y sus elementos

Ecuación analítica de la circunferencia: si hacemos coincidir el centro con el origen de coordenadas, las coordenadas de cualquier punto de la circunferencia  $(x, y)$  determina un triángulo rectángulo, y por supuesto que responde al teorema de Pitágoras:  $r^2 = x^2 + y^2$ . Puesto que la distancia entre el centro  $(a, b)$  y uno cualquiera de los puntos  $(x, y)$  de la circunferencia es constante e igual al radio  $r$  tendremos que:  $r^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2$  Llamada canónica podemos desarrollarla resolviendo los cuadrados (trinomio cuadrado perfecto) y obtenemos:

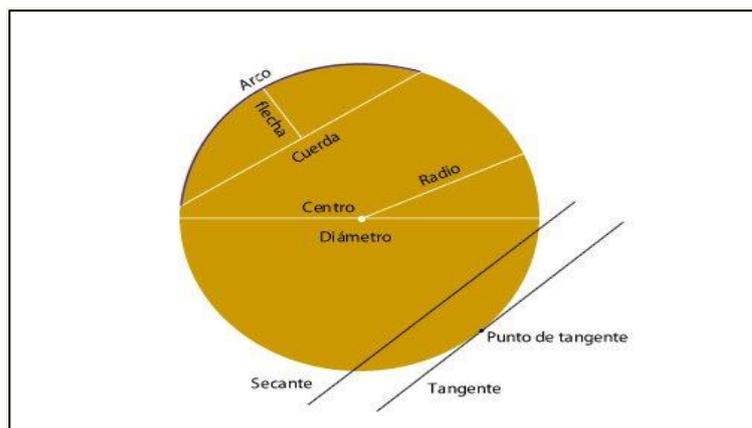
$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by - r^2 = 0$$

Si reemplazamos  $-2a = D$ ;  $-2b = E$ ;  $F = a^2 + b^2 - r^2$  tendremos que:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

### Elementos de la circunferencia.

De acuerdo a Roanes Macías, E. (1980), en toda circunferencia encontramos los siguientes elementos:



**Figura N° 15.** Elementos de una circunferencia

- Centro, el punto interior equidistante de todos los puntos de la circunferencia.
- Radio, el segmento que une el centro con un punto de la circunferencia.
- Diámetro, el mayor segmento que une dos puntos de la circunferencia, y lógicamente, pasa por el centro (equivale al doble del radio).
- Cuerda, segmento que une dos puntos de la circunferencia.
- Recta secante, la que corta a la circunferencia en dos puntos.
- Recta tangente, la que toca a la circunferencia en un sólo punto.
- Punto de tangencia, el punto de contacto de la tangente con la circunferencia.
- Arco, el segmento curvilíneo de puntos pertenecientes a la circunferencia.
- Semicircunferencia, cada uno de los dos arcos delimitados por los extremos de un diámetro.

### **Enfoque de la enseñanza de la Matemática.**

La enseñanza de la matemática no solo son procesos numéricos, se pueden encontrar problemas relacionados con álgebra, geometría analítica, trigonometría. Además, es una ciencia que siempre está presente en el proceso educativo la cual juega un papel formativo porque contribuye al pensamiento lógico-deductivo; permitiendo formar sujetos capaces de observar, analizar y razonar; enfrentándose a los retos del siglo XXI (época de ciencia y tecnología).

De lo dicho anteriormente, la enseñanza de la matemática sustenta el eje integrador del área

Es importante que todo estudiante al asistir en un aula de clase vaya con entusiasmo para aprender, el éxito depende en gran medida de la motivación que se le brinde por parte del docente, empleando estrategias metodológicas durante la enseñanza-aprendizaje.

El nuevo diseño curricular del área de Matemática se parte de la idea de considerar esta disciplina como una ciencia dinámica y en constante evolución, con amplio margen para la intuición y la creatividad y, por otro lado, como una manera de producción y una forma de pensamiento.

De acuerdo a Díaz, Y. (2015), esta concepción impacta fuertemente en la idea de enseñanza y aprendizaje de la matemática, que también se explicita en el diseño. Allí se expresa, que una de las características más importantes del trabajo matemático en el aula, se centra en la resolución de problemas y la reflexión sobre ellos, lo cual supone un trabajo de tipo exploratorio, es decir, que implica probar, ensayar, abandonar, representar para imaginar o entender, tomar decisiones, conjeturar, validar, entre otros. La práctica matemática de los estudiantes, a partir de la resolución con problemas, los prepara para enfrentarse a ellos de manera autónoma, dando lugar a la toma de decisiones, como a la discusión a propósito de procedimientos, resultados y conclusiones. Por otra parte, entendemos la formación matemática centrada más en la comprensión de los procesos matemáticos que en la ejecución de ciertas rutinas, en el uso reflexivo de los recursos tecnológicos disponibles, y la resolución autónoma de problemas complejos, incluyendo en este proceso la comunicación de los procedimientos utilizados y el análisis del campo de validez de los resultados obtenidos.

A su vez, es necesario buscar el desarrollo de capacidades y actitudes que permitan a los estudiantes hacer frente a distintas situaciones; tomar decisiones utilizando la información disponible y resolverlas, pudiendo defender, argumentar y comunicar sus puntos de vista y los resultados obtenidos. Para ello, es necesario plantear una educación de calidad que se corresponda con las necesidades de la vida actual.

### **Actitud de los estudiantes frente a la enseñanza de la Matemática.**

En los últimos años, el estudio de las actitudes ha sido objeto de especial beneficio en las asignaturas de índole práctico. Por ello, el exclusivo interés en las matemáticas se hace presente en función de su rendimiento ya que éste permite hacer inferencias acerca de sus creencias, conductas y emociones.

Hart (1989), define actitud como una predisposición evaluativa (positiva o negativa) que determina las intenciones personales e influye en el comportamiento. En el ámbito psicopedagógico se definen las actitudes en función de tres componentes: el cognitivo (creencias, expectativas, preferencias...), el afectivo (sentimientos, emociones y estados de ánimo) y el comportamental (conductas e intenciones de acción). Guerrero, Blanco y Vicente (2002), por su parte definen la actitud como una predisposición permanente conformada de acuerdo a una serie de convicciones y sentimientos, que hacen que el sujeto reaccione acorde con sus creencias y sentimientos.

En relación a las matemáticas, distinguimos entre actitudes hacia las matemáticas y actitudes matemáticas; mientras que las primeras se refieren a la valoración y aprecio por esta materia subrayando más la componente afectiva, las actitudes matemáticas comprenden el manejo de las capacidades cognitivas generales, resaltando el componente cognitivo (Callejo, 1994; Gómez-Chacón, 1997). Algunas de las actitudes y comportamientos más habituales en el proceso de aprendizaje que manifiesta el alumnado son el rechazo, la negación, la frustración, la evitación, etc. Se hace necesario pues el estudio de las actitudes de los estudiantes para maestro puesto que el desarrollo de actitudes positivas a través del fomento de sentimientos y emociones positivas facilitará un cambio en las creencias y expectativas hacia la materia, favoreciendo su acercamiento hacia las matemáticas.

La dimensión afectiva puede definirse como un extenso rango de sentimientos y humores (estados de ánimo) que son considerados como algo diferente de la pura cognición, incluyendo no sólo los sentimientos y emociones (McLeod, 1989), sino también las creencias, actitudes, valores y apreciaciones (Gómez-Chacón, 2000).

Siguiendo a McLeod (1989) consideramos que el dominio afectivo en educación matemática engloba creencias, actitudes y emociones.

Las creencias son definidas, según Gilbert (1991) como concepciones o ideas, formadas a partir de la experiencia, sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y sobre sí mismo en relación con la disciplina.

Tomando como base las definiciones de McLeod (1992) y Gómez-Chacón (2000) acerca de las emociones, podemos definir éstas como la respuesta afectiva caracterizada por la activación de Sistema Nervioso Autónomo (SNA) ante la interrupción y discrepancias entre las expectativas, pensamientos, del sujeto y lo que éste experimenta, las acciones; serían el resultado del aprendizaje, de la influencia social y de la interpretación.

De ahí la teoría de la discrepancia de Mandler (s.f.), que explica la forma en que las creencias de los estudiantes y su integración con situaciones de resolución de problemas conducen a respuestas afectivas. Así, conocer las expectativas de los estudiantes en relación a las matemáticas sería un primer paso para abordar de forma efectiva su afecto durante el desarrollo del proceso de resolución de problemas, a través de un programa de intervención.

### **Uso de estrategias para la enseñanza-aprendizaje de Matemática.**

Actualmente, la forma de concebir el aprendizaje matemático es de tipo estructuralista, especialmente cuando se refiere al aprendizaje de conceptos, donde se considera que aprender es alterar estructuras, y que estas alteraciones no se producen por medio de procesos simples, sino que se realizan de manera global. Vamos a dar algunas cualidades de este tipo de aprendizaje:

El aprendizaje matemático se realiza a través de experiencias concretas.

Brunner propone que el aprendizaje de conceptos matemáticos se introduzca a partir de actividades simples que los alumnos puedan manipular para descubrir principios y soluciones matemáticas. Con objeto de que esta estrategia repercuta en las

estructuras, Bruner dice que hay que animar a los niños a formar imágenes perceptivas de las ideas matemáticas, llegando a desarrollar una notación para describir la operación.

El aprendizaje va de lo concreto a lo abstracto. Así, la enseñanza matemática actual promueve que se trabaje con objetos concretos antes de pasar a establecer las abstracciones. Cuando estas abstracciones se han consolidado, entonces estamos en condiciones de emplearlas como elementos concretos. Así, los números son una abstracción, pero llegado un momento del aprendizaje matemático, estas abstracciones pueden considerarse objetos concretos con los que realizar tareas matemáticas, como descomponer un número en operaciones con otros números, rellenar cuadrados mágicos, estudiar sus propiedades, etc.

El aprendizaje tiene que arrancar de una situación significativa para los alumnos. Para que el aprendiz pueda llevar a cabo los procesos de equilibración, el aprendizaje tiene que partir de una situación significativa. Esto exige que se presente en forma de un problema del que el aprendiz pueda captar que encierra un interrogante, y del que puede comprender cuando este problema está resuelto.

### **Estrategias para construir conocimientos.**

De acuerdo al CPEIP Colegio Hebreo Dr. Jaim Weitzman (s.f.), frente a los desafíos por mejorar los aprendizajes, se hace perentorio que el docente se encuentre armado de herramientas metodológicas capaces de gestar un genuino aprovechamiento de cada una de las instancias proclives al desarrollo autónomo del estudiante, tanto en la esfera personal como colectiva.

Para lograr mayores y mejores aprendizajes debemos privilegiar los caminos, vale decir, las estrategias metodológicas que revisten las características de un plan, un plan que, llevado al ámbito de los aprendizajes, se convierte en un conjunto de procedimientos y recursos cognitivos, afectivos y psicomotores.

La utilización, por parte del sujeto, de determinadas estrategias, genera a su vez, los estilos de aprendizajes que no son otra cosa que tendencias o disposiciones.

Son los estudiantes quienes habrán de “sentirse” conciencias participativas, al desarrollar sus propias estrategias de pensamiento para resolver las situaciones propias del aprendizaje. Una actividad esencialmente pedagógica, entonces, es aquella que tiene sentido, esencia y conciencia de su propio rumbo y, por cierto, de su fin. Así, entonces, todas las actividades, la solución de problemas, la realización de proyectos, la exploración del entorno o la investigación de hechos nuevos, configuran un aprendizaje significativo y rico, plasmado de posibilidades valorizables. Tal aprendizaje estará fundamentado en la experiencia de los educandos, en situaciones vividas realmente, en conductas éticas no “enseñadas” sino fraguadas en su propia existencia.

Se debe ver en las estrategias de aprendizaje una verdadera colección cambiante y viva de acciones, tanto de carácter mental como conductual, que utiliza al sujeto que aprende mientras transita por su propio proceso de adquisición de conocimientos y saberes. Lo metodológico asoma, entonces, cuando el profesor posesionado de su rol facilitador, y armado de sus propias estrategias, va pulsando con sabiduría aquellas notas que, a futuro, configuran las melodías más relevantes del proceso educativo.

Si las estrategias de aprendizaje, vale decir, aquellas actividades y esfuerzos que realiza la mente del sujeto que aprende y que tienen por objetivo influir durante el proceso de codificación de la información, se someten a una clasificación, tendríamos como estrategias básicas las siguientes:

**Estrategia de ensayo.** Son aquellas en que los educandos usan la repetición o denominación para aprender. Por ejemplo: aprender un conjunto de verbos regulares, aprender el orden en que giran los planetas del Sistema Solar, etc.

**Estrategias de elaboración.** Se trata de aquellas que hacen uso de imágenes mentales o de la generación de oraciones capaces de relacionar dos o más ítems. Por ejemplo, enumerar las partes del aparato digestivo o el aprendizaje de un vocabulario en lengua extranjera.

**Estrategias de organización.** Son aquellas que el aprendiz utiliza para facilitar las comprensiones de una determinada información llevándola de una a otra modalidad.

Por ejemplo, subrayar las ideas principales de un texto leído, a fin de distinguirlas de las ideas secundarias o hacer esquemas que favorecen la comprensión.

**Estrategias metacognitivas.** Se conocen también como de revisión y supervisión, las utiliza el sujeto que aprende para establecer metas de una actividad o unidad de aprendizaje, evaluar el grado en que dichas metas están siendo logradas y de allí, si es necesario, modificar las estrategias.

Entre las estrategias y procedimientos metodológicos tomados de los diferentes aportes de las distintas tendencias constructivistas, se pueden señalar varias ya experimentadas, todas las cuales son conducentes al desarrollo de procesos de pensamiento, el que es consustancial a una concepción constructivista. Entre ellas se pueden mencionar:

- Los mapas conceptuales.
- Las redes semánticas.
- La lluvia de ideas.
- La formulación de hipótesis.
- La elaboración de estrategias de resolución de problemas.
- La planificación conjunta del aprendizaje.
- La construcción de gráficos, cuadros.
- Los juegos de roles.
- Los juegos de simulación.
- Las situaciones de resolución de problemas.
- Las estrategias meta cognitivas, para aprender a aprender.
- El método de proyectos.

El trabajo pedagógico se debe centrar en el aprendizaje más que en la enseñanza y exige desarrollar estrategias pedagógicas diferenciadas y adaptadas a los distintos ritmos y estilos de aprendizajes de un alumno heterogéneo enriqueciendo el trabajo actual con diferentes actividades basadas en la exploración, búsqueda de información y construcción de nuevos conocimientos por parte de los alumnos, tanto individual como colaborativamente y en equipo. El aprendizaje buscado se orienta en función del desarrollo de destrezas y capacidades de orden superior (tales como descripción,

clasificación, análisis, síntesis, capacidad de abstracción, y otras especificadas en cada sección de los objetivos fundamentales con los cuales trabajamos), a través del conocimiento y dominio de contenidos considerados esenciales.

Como el proceso enseñanza- aprendizaje no puede ser desvinculado del proceso educativo en general y del contexto en que se da, es decir, el colegio, el constructivismo postula una serie de ideas de fuerza en torno a la consideración de la enseñanza como un proceso conjunto, compartido en que el alumno, gracias a la ayuda del o la profesora puede mostrar progresivamente su competencia y autonomía en la resolución de diversas tareas, en el empleo de conceptos, en la adquisición de ciertas actitudes y valores.

Cabe entonces al profesor, en su calidad de facilitador o mediador, el apoyar al que aprende creando situaciones de andamiaje, el promover conflictos cognitivos para que éste reconstruya los contenidos activamente vistos en clase. El lenguaje como función mediatizadora cumple un rol crucial en el proceso de interacción y comunicación entre profesores y alumnos. El profesor debe proporcionar ayuda al alumno en todo el proceso de enseñanza aprendizaje. En otras palabras, profesor y alumnos construyen conjuntamente conocimiento; sin embargo, a medida que el alumno despliega sus habilidades y estrategias y las internaliza, va adquiriendo mayor autonomía en su propio aprendizaje requiriendo cada vez menos del apoyo del profesor.

La interacción profesor y alumno, alumnos y alumnos, alumnos y profesor es vital para el proceso de aprendizaje. El profesor, mediante preguntas, debe guiar a sus alumnos a pensar, es decir, a observar, comparar, encontrar similitudes y diferencias, a relacionar, a avanzar hipótesis, a deducir, inferir, entre otros procesos de pensamiento para que estos lleguen por sí solos a encontrar las regularidades de un proceso, las leyes o principios que los rigen, o llegar a definiciones tentativas mediante la formulación de hipótesis.

En este proceso el alumno va construyendo nuevos conocimientos, encontrándole sentido al relacionarlo con sus propios conocimientos previos sobre la vida y, al descubrir que este conocimiento le permitirá abordar otros nuevos con mayor facilidad

o aplicarlo para solucionar problemas de la vida. Todo proceso mediado por el profesor debería conducir al logro de un aprendizaje significativo para el alumno.

El profesor debe buscar la zona de desarrollo próximo, es decir calibrar que la tarea asignada a cada cual logre representar un desafío que estimule sanamente la actividad mental de cada alumno a su propio nivel.

El profesor, debe guiar a sus alumnos para que tomen conciencia de sus propias habilidades y adquieran estrategias meta cognitivas que le permitan aprender a aprender en forma autónoma. Estas estrategias deben estar presentes durante todo el proceso de enseñanza aprendizaje.

Por su parte, el alumno, mediado por el profesor, debe lograr una disposición favorable para aprender. Esto dependerá en gran medida de la calidad de la interacción humana que se establezca entre los actores del proceso de enseñanza aprendizaje (profesor y alumnos), en cuán bien se sientan los alumnos en el clima del aula, que debe ser positivo para el desarrollo personal.

Evidentemente, la disposición favorable al aprendizaje por parte del alumno dependerá de la pertinencia y relevancia que tiene para él el tema abordado, el nivel de desafío que representa la tarea a ejecutar, de la situación de aprendizaje, de los medios utilizados para crear dicha situación, de las estrategias y procedimientos seleccionados por el profesor para abordar la tarea y por cierto de su propia competencia cognitiva.

Esta competencia cognitiva de cada alumno es lo que se debe ir desarrollando a través de los contenidos abordados y de los objetivos propuestos.

El alumno debe ir tomando conciencia de la forma que le es más fácil aprender, detectar cuáles son los impedimentos que encuentra en su aprendizaje, aprendiendo a reconocer sus propias habilidades y aplicar estrategias apropiadas en el momento propicio para salvar dichos procedimientos. Además, el alumno guiado por el profesor, debe aprender a revisar o supervisar si la estrategia que aplicó fue la más adecuada y finalmente aprender a darse cuenta si ha logrado controlar su propio proceso de aprendizaje. Si esto se toma en cuenta durante el proceso de aprendizaje de cualquier

contenido, los alumnos llegarán a la autonomía de su propio aprendizaje, es decir, a aprender a aprender. Así logrará adquirir estrategias meta cognitivas.

Por todo lo expuesto anteriormente, al inicio de las clases o de una unidad el profesor debe explorar con sus alumnos el propósito del aprendizaje de una determinada habilidad o tema, que los anime a participar estableciendo objetivos para la clase o unidad, a sugerir estrategias y procedimientos, las tareas a ejecutar para construir conocimiento, en otras palabras, enseñarle al alumno a planificar su propio aprendizaje.

En este sentido, en las primeras instancias, el profesor debe preparar una serie de estrategias y procedimientos basados en el aprendizaje experiencial y por descubrimiento, iniciando la clase en una secuencia tal que comience con la exploración de lo que los alumnos ya saben por su experiencia de vida y su previo aprendizaje escolar para conducirlos paulatinamente a lo que ellos desearían saber.

La planificación efectuada por el profesor, en las primeras ocasiones, debería ser lo suficientemente flexible para permitir cambios en los procedimientos, lo que significa considerar otras alternativas de antemano.

Durante todo el proceso enseñanza aprendizaje, debe crear las instancias para que todos los alumnos participen activamente, privilegiando el trabajo en grupos, en equipo, por parejas e incentivándoles a formularse interrogantes respecto de lo que están aprendiendo, guiándoles a descubrir por sí mismos las respuestas a ellas, mediante diversos procedimientos, que con el transcurso del tiempo se van haciendo más conocidos para los alumnos.

Los alumnos pueden participar activamente aportando materiales, elementos, artículos de diarios o revistas, fotos, videos, etc., que ellos o el profesor consideren necesarios para su propio aprendizaje. Es preciso que los alumnos extraigan el máximo de provecho de las ayudas visuales. (Programas de T.V., documentales), ya que ellas les permiten ejercer procesos de pensamiento y además les permite discriminar acerca de las actitudes de su aprendizaje, en elegir los objetivos, las tareas

a ejecutar, las secuencias a seguir, pero es deber del profesor incentivarlos para que se vayan siendo más responsables de su propio aprendizaje.

### **Modelo constructivista en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.**

De acuerdo a Limón Villegas (2010), si algo comienza a estar claro hoy, precisamente, es la necesidad de romper la ingenua, pero extraordinariamente extendida, de que enseñar es “fácil”, “cuestión de personalidad”, “de sentido común”, “de encontrar la receta adecuada”. Debemos terminar con esa práctica pedagógica de la mera transmisión, que concibe la enseñanza de la matemática como un producto ya elaborado que debe ser trasladado al estudiante mediante un discurso que “cure su ignorancia”.

El modelo constructivista hoy en día está jugando un papel integrador, tanto de las investigaciones en los diferentes aspectos de la enseñanza-aprendizaje de la matemática, como de las aportaciones procedentes del campo de la sociología, la epistemología y la psicología del aprendizaje.

De este modo, las propuestas constructivistas se han convertido en el eje de una transformación fundamental de la enseñanza de la matemática.

Los investigadores toman el constructivismo como un marco teórico que guía el desarrollo de las actividades instruccionales que, facilitan al alumno una construcción progresiva de conceptos y procedimientos matemáticos cada vez más abstractos.

Las teorías constructivistas son, ante todo, teorías epistemológicas; es decir, son teorías que nos proveen de una explicación de cómo se produce el conocimiento, y de cuáles son las condiciones para que esta producción tenga lugar. Existen, hoy en día, muchas corrientes epistemológicas que reclaman el apelativo de “constructivistas” y como, en general, han tenido una fuerte influencia en la educación matemática en todo el mundo, vale la pena aquí tratar de determinar lo que tienen en común todas ellas para, a partir de ahí, precisar sus efectos en cada una de las componentes que conforman los procesos educativos de las matemáticas. Definido de manera mínima, el conocimiento es la puesta en relación de un sujeto cognoscente con un objeto de

conocimiento, por la intermediación de una estructura operatoria. Esto significa que cada vez que se enuncia una proposición que traduce un saber se movilizan estos tres elementos el sujeto, el objeto y la estructura.

Las corrientes constructivistas de la actualidad, que han tenido resonancia en la educación, tienen sus orígenes en dos grandes vertientes desarrolladas en la primera mitad de este siglo, la primera, atribuida a Piaget y, la segunda, a Vygotsky; la primera pone un énfasis mayor en el individuo, la segunda, lo pone en la sociedad. Sin embargo, lejos de tratar de señalar sus diferencias y prolongar una discusión que se ha vuelto particularmente efervescente en los últimos tiempos, interesa aquí reconocer el núcleo común que nos hace identificarlas como teorías constructivistas; este núcleo común está compuesto por sus supuestos teóricos: tanto las teorías originales como las derivadas de ellas comparten una serie de hipótesis sobre las que está construido todo el cuerpo teórico.

Las teorías constructivistas reivindican de manera central el papel activo del estudiante en la construcción de su conocimiento. Esto no significa, como en algún momento se entendió, que había que dejar solo al estudiante de preferencia enfrascado en una especie de activismo físico, rodeado de materiales didácticos para que la “construcción” se diera de manera automática enmarcada en un desarrollo cognitivo predeterminado. Muy por el contrario, los acercamientos constructivistas actuales suponen una responsabilidad del estudiante que implica una intensa actividad intelectual (más que física), resultante del enfrentamiento a situaciones novedosas, y muy probablemente perturbadoras, a partir de la experiencia previa (vividida o cognitiva) del estudiante.

El estudiante de matemáticas, equipado con una serie de explicaciones y operaciones provenientes de sus experiencias cognitivas previas y de los distintos contextos en los que esta ha sido desarrollado, tratará de enfrentar, de manera global, las situaciones novedosas (nuevas experiencias), incorporándolas a su propia visión (recordemos los principios de la acción inteligente y de la modelación sistémica).

Las maneras en las que el estudiante logra extender o ajustar sus explicaciones para manejar una situación nueva son múltiples: mediante la discusión de sus conjeturas

con sus compañeros de clase, mediante la contrastación de sus resultados con resultados anticipados, mediante la modificación de las condiciones originales de la situación para llevarla a circunstancias conocidas, con la utilización de mediadores como la computadora, la calculadora u otros materiales (los mal llamados manipulativos), etcétera. Estas formas de ajuste de las estructuras cognitivas del estudiante han sido desarrolladas, con mayor o menor extensión por los acercamientos constructivistas enfocados a la educación: constructivismo radical, constructivismo clásico de Piaget, constructivismo social o sociocultural, construccionismo, acercamientos socio-históricos.

El constructivismo no sirve para aprender lo mismo de siempre de una manera distinta (no es un método), sino que sirve para aprender cosas distintas (hechas también de manera distinta).

La enseñanza constructivista no se basa en diseñar ejercicios, sino en diseñar entornos sociales de aprendizaje y alfabetización matemáticas, de diseñar un aula compleja, emocionante y especulativa.

Todo ello supone, además, renunciar a los libros de texto (al menos en su uso más tradicional y academicista), y al rol del profesor/a que controla lo que los niños/as tienen que pensar y renunciar a sentirse en el aula el representante académico que todo lo explica. El docente debe ser el que diseña situaciones que generan problemas, organiza el grupo, documenta al grupo lo que están haciendo e institucionaliza el saber.

Se debe pensar, para terminar, que sólo se construye lo que se comprende y que sólo se interioriza cuando se comprende. Y esta es la base de todo el aprendizaje matemático.

## **Marco legal**

### **Constitución Nacional de la República del Paraguay (1992).**

#### **Artículo 48. De la igualdad de derechos del hombre y de la mujer.**

El hombre y la mujer tienen iguales derechos civiles, políticos, sociales, económicos y culturales. El Estado promoverá las condiciones y creará los mecanismos adecuados para que la igualdad sea real y efectiva, allanando los obstáculos que impidan o dificulten su ejercicio y facilitando la participación de la mujer en todos los ámbitos de la vida nacional.

#### **Artículo 53. De los hijos.**

Los padres tienen el derecho y la obligación de asistir, de alimentar, de educar y de amparar a sus hijos menores de edad. Serán penados por la ley en caso de incumplimiento de sus deberes de asistencia alimentaria. Los hijos mayores de edad están obligados a prestar asistencia a sus padres en caso de necesidad. La ley reglamentará la ayuda que se debe prestar a la familia de prole numerosa y a las mujeres cabeza de familia. Todos los hijos son iguales ante la ley. Esta posibilitará la investigación de la paternidad. Se prohíbe cualquier calificación sobre la filiación en los documentos personales.

#### **Artículo 73. Del derecho a la educación y de sus fines.**

Toda persona tiene derecho a la educación integral y permanente, que como sistema y proceso se realiza en el contexto de la cultura de la comunidad. Sus fines son el desarrollo pleno de la personalidad humana y la promoción de la libertad y la paz, la justicia social, la solidaridad, la cooperación y la integración de los pueblos; el respeto a los derechos humanos y los principios democráticos; la afirmación del compromiso con la Patria, de la identidad cultural y la formación intelectual, moral y cívica, así como la eliminación de los contenidos educativos de carácter discriminatorio. La erradicación del analfabetismo y la capacitación para el trabajo son objetivos permanentes del sistema educativo.

**Artículo 74. Del derecho de aprender y de la libertad de enseñar.**

Se garantizan el derecho de aprender y la igualdad de oportunidades al acceso a los beneficios de la cultura humanística, de la ciencia y de la tecnología, sin discriminación alguna.

Se garantiza igualmente la libertad de enseñar, sin más requisitos que la idoneidad y la integridad ética, así como el derecho a la educación religiosa y al pluralismo ideológico.

**Artículo 75. De la responsabilidad educativa.**

La educación es responsabilidad de la sociedad y recae en particular en la familia, en el Municipio y en el Estado. El Estado promoverá programas de complemento nutricional y suministro de útiles escolares para los alumnos de escasos recursos.

**Artículo 76 - De las obligaciones del estado.**

La educación escolar básica es obligatoria. En las escuelas públicas tendrá carácter gratuito. El Estado fomentará la enseñanza media, técnica, agropecuaria, industrial y la superior o universitaria, así como la investigación científica y tecnológica.

La organización del sistema educativo es responsabilidad esencial del Estado, con la participación de las distintas comunidades educativas. Este sistema abarcará a los sectores públicos y privados, así como al ámbito escolar y extraescolar.

**Artículo 79. De las universidades e institutos superiores.**

La finalidad principal de las universidades y de los institutos superiores será la formación profesional superior, la investigación científica y la tecnológica, así como la extensión universitaria. Las universidades son autónomas. Establecerán sus estatutos y formas de gobierno y elaborarán sus planes de estudio de acuerdo con la política educativa y los planes de desarrollo nacional. Se garantiza la libertad de enseñanza y la de la cátedra. Las universidades, tanto públicas como privadas, serán creadas por

ley, la cual determinará las profesiones que necesiten títulos universitarios para su ejercicio.

#### **Artículo 74. Del derecho de aprender y de la libertad de enseñar.**

Se garantizan el derecho de aprender y la igualdad de oportunidades al acceso a los beneficios de la cultura humanística, de la ciencia y de la tecnología, sin discriminación alguna. Se garantiza igualmente la libertad de enseñar, sin más requisitos que la idoneidad y la integridad ética, así como el derecho a la educación religiosa y al pluralismo ideológico.

#### **Artículo 75. De la responsabilidad educativa.**

La educación es responsabilidad de la sociedad y recae en particular en la familia, en el Municipio y en el Estado. El Estado promoverá programas de complemento nutricional y suministro de útiles escolares para los alumnos de escasos recursos.

#### **Artículo 76. De las obligaciones del estado.**

La educación escolar básica es obligatoria. En las escuelas públicas tendrá carácter gratuito. El Estado fomentará la enseñanza media, técnica, agropecuaria, industrial y la superior o universitaria, así como la investigación científica y tecnológica. La organización del sistema educativo es responsabilidad esencial del Estado, con la participación de las distintas comunidades educativas. Este sistema abarcará a los sectores públicos y privados, así como al ámbito escolar y extraescolar.

#### **Artículo 78. De la educación técnica.**

El Estado fomentará la capacitación para el trabajo por medio de la enseñanza técnica, a fin de formar los recursos humanos requeridos para el desarrollo nacional.

## CAPITULO III. MARCO METODOLÓGICO

### Diseño metodológico

#### Enfoque, diseño y alcance de la investigación

Esta investigación corresponde al enfoque o tipo de investigación cuantitativo, porque para la recolección de los datos se utilizó la medición numérica, y como instrumento el cuestionario. Para su construcción y ejecución, el diseño más apropiado a ser utilizado fue la investigación experimental, específicamente el diseño cuasi-experimental. “Los experimentos manipulan tratamientos, estímulos, influencias o intervenciones (denominadas variables independientes) para observar sus efectos sobre otras variables (las dependientes) en una situación de control” (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2010, p. 121). También los diseños experimentales manifiesta los autores que se “utilizan cuando el investigador pretende establecer el posible efecto de una causa que se manipula” (p. 122). Para Bernal (2006, p. 119), “toda investigación experimental parte de la hipótesis, por lo que el objetivo es probar dicha hipótesis.

Según Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2010, p. 148), los diseños cuasi-experimentales “también manipulan deliberadamente, al menos, una variable independiente para observar su efecto y relación con una o más variables dependientes”. Siguen aclarando que en el mismo “los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento: son grupos intactos”. También Bernal (2006, p. 149), afirma que “estos diseños usualmente se utilizan para grupos ya constituidos”. “La no existencia en él de grupo de control”, es lo que hace que sea de diseño cuasi-experimental (Sierra Bravo, 2007b, p. 339).

Este estudio ha logrado un alcance descriptivo en cuanto a los conocimientos esperados, por el hecho de que se describen detalladamente todos los aspectos relevantes, tomando distintos aspectos. Para Hernández Sampieri y otros (2003), el alcance descriptivo de investigación tiene:

El propósito es describir situaciones y eventos. Decir como es y cómo se manifiesta determinado fenómeno. Buscan especificar las propiedades importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que sea sometido a análisis. Se selecciona una serie de cuestiones y se mide cada una de ellas independientemente, para así describir lo que se investiga. Miden los conceptos o variables a los que se refieren. Se centran en medir con la mayor precisión posible. A diferencia de los primeros que se centran en descubrir. La investigación descriptiva requiere considerable conocimiento del área que se investiga para formular las preguntas específicas que busca responder. Pueden ofrecer la posibilidad de predicciones, aunque sean rudimentarias.

Sin embargo Salkind (1999), afirma que “la investigación descriptiva reseña las características de un fenómeno existente”. Van Dalen y Mayer (1979), sin embargo dicen que el objetivo de la investigación descriptiva “consiste en llegar a conocer las situaciones, costumbres y actitudes predominantes a través de la descripción exacta de la actividades, objetos, procesos y personas”.

### **Población y muestra**

La población es el “conjunto de todos los casos que concuerdan con determinadas especificaciones” (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2010, p. 174). Hay autores quienes hacen una diferencia entre universo y población, tal como Sierra Bravo (2007a, p. 179), para quien “el universo está formado por toda la población o conjunto de unidades que se quiere estudiar y que podrían ser observadas individualmente en el estudio”. También Gómez (2014, p. 101), dice al respecto que “definir la población o universo, es decir, definir el conjunto total de los objetos de estudio, (eventos, organizaciones, comunidades, personas, etc.) que comparten ciertas características comunes, funcionales a la investigación”.

La población en estudio lo constituyen los estudiantes pre-universitarios del segundo semestre de la carrera de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Concepción, totalizando 65 estudiantes. No fue necesaria la selección de muestra, porque la población es relativamente pequeña y con posibilidad de trabajar con el grupo completo. Por ende, no es necesario establecer el tipo de muestreo ni el método

de muestreo. En el caso de docentes universitarios se trabajó con 6 de ellos que trabajan en el cursillo pre-universitario.

### **Procedimientos e instrumentos utilizados para la recolección de datos**

Primero que todo, para justificar el estudio de las rectas y las secciones cónicas se presentan algunas aplicaciones que han tenido a lo largo de la historia y cómo han influido en ésta, mostrando también su uso en la actualidad en situaciones que se vive cotidianamente y fomentando que los estudiantes continúen investigando sobre estos usos. La estrategia pedagógica consiste en presentar las rectas y las cónicas desde un punto de vista principalmente geométrico usando definiciones básicas para obtener sus ecuaciones analíticas. Se muestran cada una de estas curvas como intersección de un plano con un cono de revolución y posteriormente se muestran sus propiedades.

Para estas demostraciones y las de algunas propiedades se usarán herramientas tecnológicas que ayudarán a visualizarlas, luego las herramientas tecnológicas pueden servir de ayuda tanto para la comprensión de conceptos como para el procesamiento de cálculos complejos. Además, es importante presentar la Matemática como una ciencia viva y no como una colección de reglas fijas e inmutables.

De acuerdo con Hernández y otros (2014), las técnicas son procedimientos metodológicos y sistemáticos que se encargan de operativizar e implementar los métodos de Investigación y que tienen la facilidad de recoger información de manera inmediata, las técnicas son también una invención del hombre y como tal existen tantas técnicas como problemas susceptibles de ser investigado.

- **Pretest.** Mediante una prueba práctica escrita utilizando: reglas, lápiz y papel.
- **Uso del software Geogebra.** Utilización del software para resolver aplicaciones que involucren las rectas, las parábolas y las circunferencias.
- **Postest.** Mediante una prueba práctica utilizando: reglas, lápiz y papel.

Según Gómez (2014), toda medición, y por lo tanto el instrumento de recolección de datos debe reunir dos requisitos esenciales confiabilidad y validez. La confiabilidad

de un instrumento de medición se refiere al grado en que su aplicación repetida al mismo sujeto y objeto produce resultados iguales y la validez en términos generales, se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir. Así mismo Bernal (2006), dice que toda medición o instrumento de recolección de datos debe reunir dos requisitos esenciales, confiabilidad, esto con respecto al cuestionario, se refiere a la consistencia de las puntuaciones obtenidas por las mismas personas, cuando se le examina en distintas ocasiones con los mismos cuestionarios; y validez, un instrumento de medición es válido cuando mide aquello para lo cual está destinado. Las validaciones de las pruebas fueron consultadas por expertos en el área de Matemática, de metodología y de investigación, también se aplicó una prueba piloto de los mismos para verificar su confiabilidad.

### **Fuentes de información.**

#### ***Fuentes primarias.***

Docentes y estudiantes de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas (FaCET) de la Universidad Nacional de Concepción que proveyeron datos, y permitieron la familiarización con el tema de investigación, para revelar los datos, y aclarar el tema de investigación.

#### ***Fuente secundaria.***

Se acudió a libros y otras fuentes escritas que ayudaron a respaldar la investigación.

#### ***Fuente terciaria.***

Se tuvo acceso a informaciones encontradas en artículos de revistas, páginas de internet (web), etc.

Bernal Torres (2006), indica que esta parte del proceso de investigación consiste en procesar los datos (dispersos, ordenados, individuales), obtenidos de la población objeto de estudio durante el trabajo de campo, y que tiene como finalidad generar

resultados (datos agrupados y ordenados), a partir de los cuales se realizara el análisis según los objetivos y preguntas de la investigación realizada, o de ambos.

Para este estudio fue seleccionado como instrumento de recolección de datos el cuestionario con preguntas cerradas. El cuestionario “tal vez sea el instrumento más utilizado para recolectar los datos, consiste en un conjunto de preguntas respecto de una o más variables a medir” (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2010, p. 217). Para seguir aclarando, las preguntas cerradas “son aquellas que contienen opciones de respuesta previamente delimitadas. Son más fáciles de codificar y analizar” (p. 217). Para Sierra Bravo (2007a, p. 306), “el instrumento básico de la observación por encuesta es el cuestionario. Este no es otra cosa que un conjunto de preguntas, preparados cuidadosamente, sobre los hechos y aspectos que interesan en una investigación”.

Según Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2010, p. 198), recolectar datos “implica elaborar un plan detallado de procedimientos que nos conduzcan a reunir datos con un propósito específico”. El procesamiento y análisis de datos permitió tener una perspectiva general de los resultados sobre el tema investigado, consolidada la información, se organizó el informe de los datos recogidos.

**Matriz de definición y operacionalización de variables**

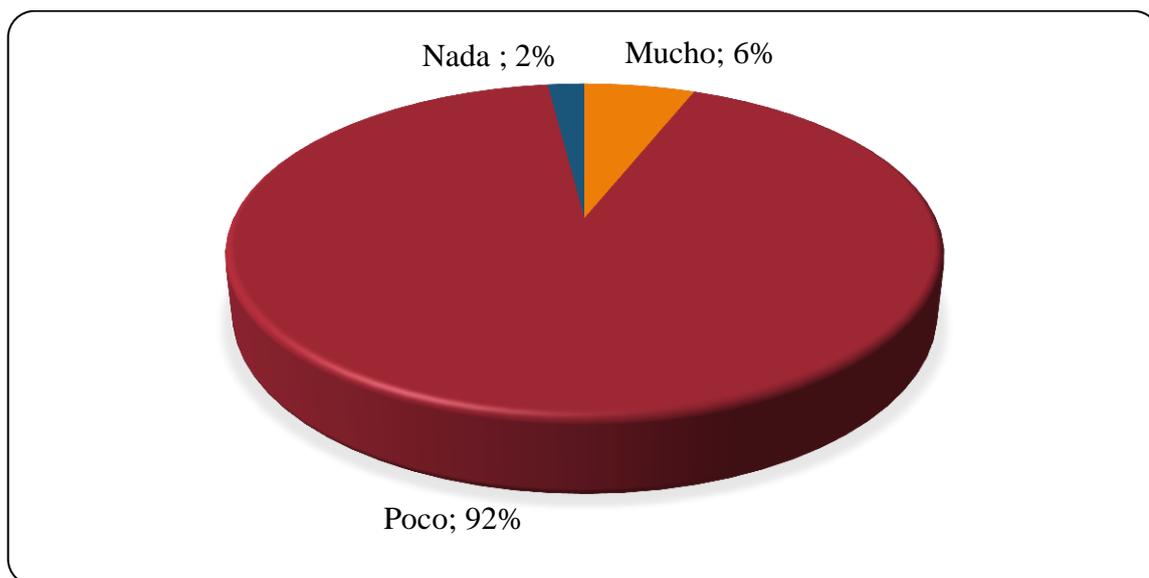
Variables	Definición conceptual	Definición operacional					Instrumentos	
		Dimensiones	Indicadores	Unidad de medida	Escala	Valor final		
Efectos de la utilización del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias, de estudiantes pre-universitarios	Uso de las herramientas disponibles en el programa dinámico GeoGebra para facilitar los procesos de enseñanza-aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias	Manejo del software GeoGebra de los docentes universitarios		Manejo didáctico	Software GeoGebra	Nominal	Mucho Poco Nada	Entrevista-Sondeo
		Manejo del software GeoGebra para la construcción de rectas, parábolas y circunferencias		Manejo didáctico	Software GeoGebra	Nominal	Si No	Observación directa
		Aplicación de las rectas, parábolas y circunferencias	Uso de la herramienta "Recta"	Porcentaje de rectas correctamente construidas	Nº de rectas	De razón o proporción	Bueno: 80% o más. Satisfactorio: 60% a 79%. Deficiente: Menos de 60%.	Prueba  Pretest antes de la utilización del software Geogebra  y  Postest después de la utilización del software GeoGebra
			Uso de la herramienta "Parábola"	Porcentaje de parábolas correctamente construidas	Nº de parábolas	De razón o proporción	Bueno: 80% o más. Satisfactorio: 60% a 79%. Deficiente: Menos de 60%.	
			Uso de la herramienta "Circunferencia"	Porcentaje de circunferencias correctamente construidas	Nº de circunferencias	De razón o proporción	Bueno: 80% o más. Satisfactorio: 60% a 79%. Deficiente: Menos de 60%.	

## CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

### Presentación y análisis de los resultados

#### 1ª DIMENSIÓN: Manejo del software por docentes

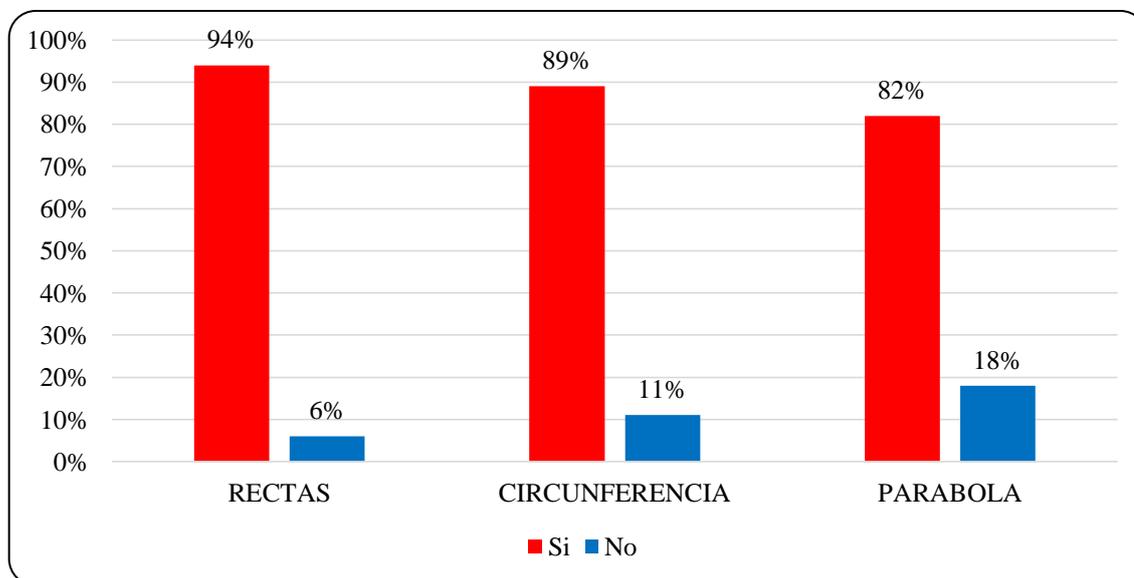
**Gráfico N° 01.** Manejo que tienen los docentes universitarios sobre la utilización didáctica del software GeoGebra



En el resultado se observa que la mayoría de los docentes manejan poco el programa educativo dinámico o software GeoGebra, siendo este una nueva tecnología incorporada en el proceso enseñanza-aprendizaje y unido a esto se nota la poca información que se tiene respecto a este programa, pues durante la consulta algunos docentes manifestaron desconocerlo.

**2ª DIMENSIÓN: Manejo del software de los estudiantes**

**Gráfico N° 02.** Manejo del software Geogebra durante el Seminario para la Aplicación de rectas, parábolas y circunferencias (Por Observación)

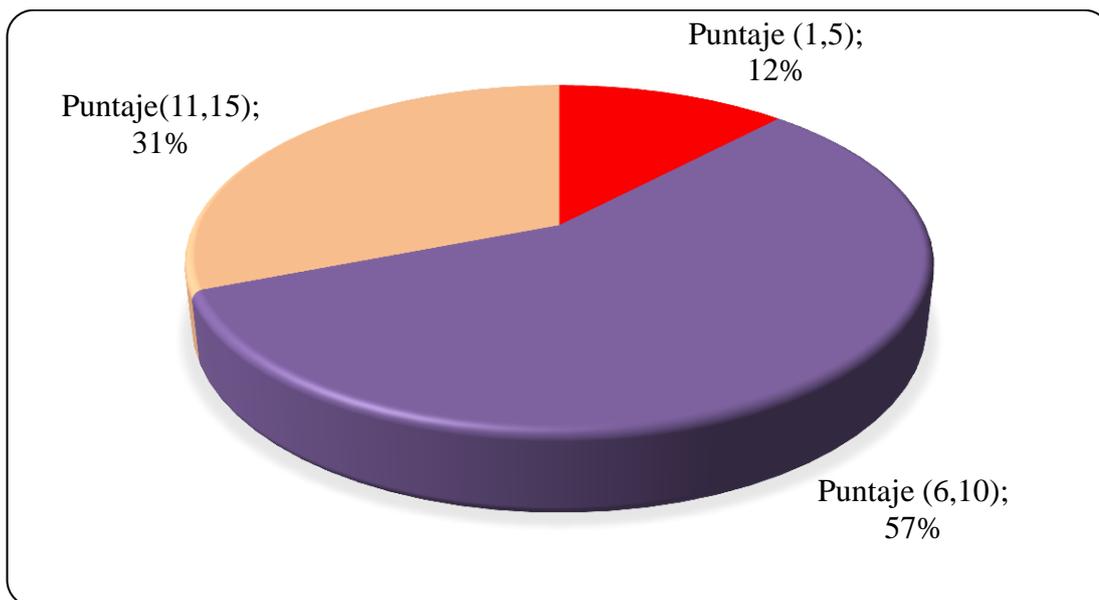


En el Seminario-taller Aplicación del software GeoGebra realizado para la construcción de rectas, parábolas y circunferencias; se evidenciaron similares resultados en cuanto a las respuestas de los estudiantes pre-universitarios, con un porcentaje que va desde el 82%, 89% y 94%, más un ínfimo porcentaje que va desde 6%, 11% y 18%. Denotándose que en el seminario los alumnos reflejaron el manejo de cada una de las alternativas mencionadas. Cuando el alumno tiene el soporte didáctico, le resulta fácil realizar los ejercicios, una vez que esté familiarizado del uso de Geogebra.

### 3ª DIMENSIÓN: Prueba de conocimientos sobre rectas, parábolas y circunferencias antes y después del Seminario-taller de GeoGebra

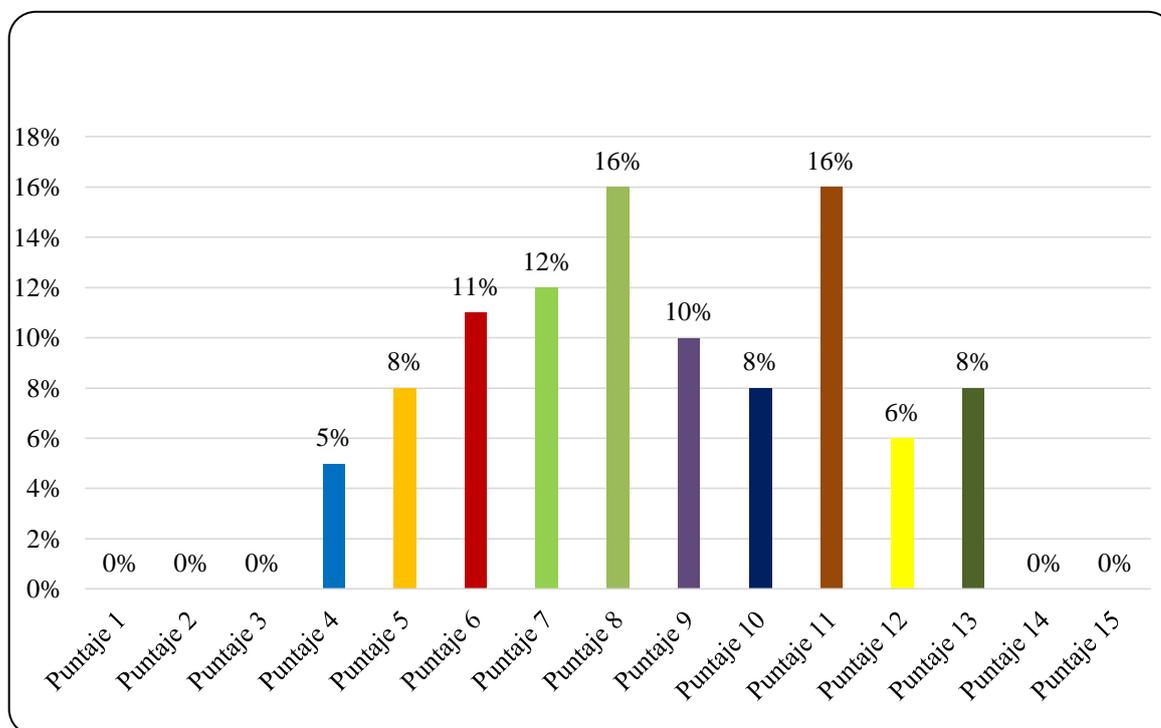
#### PRETEST

**Gráfico N° 03.** Resultados por escala de la Evaluación sobre Aplicación de rectas, parábolas y circunferencias-Pretest antes de la utilización del software GeoGebra



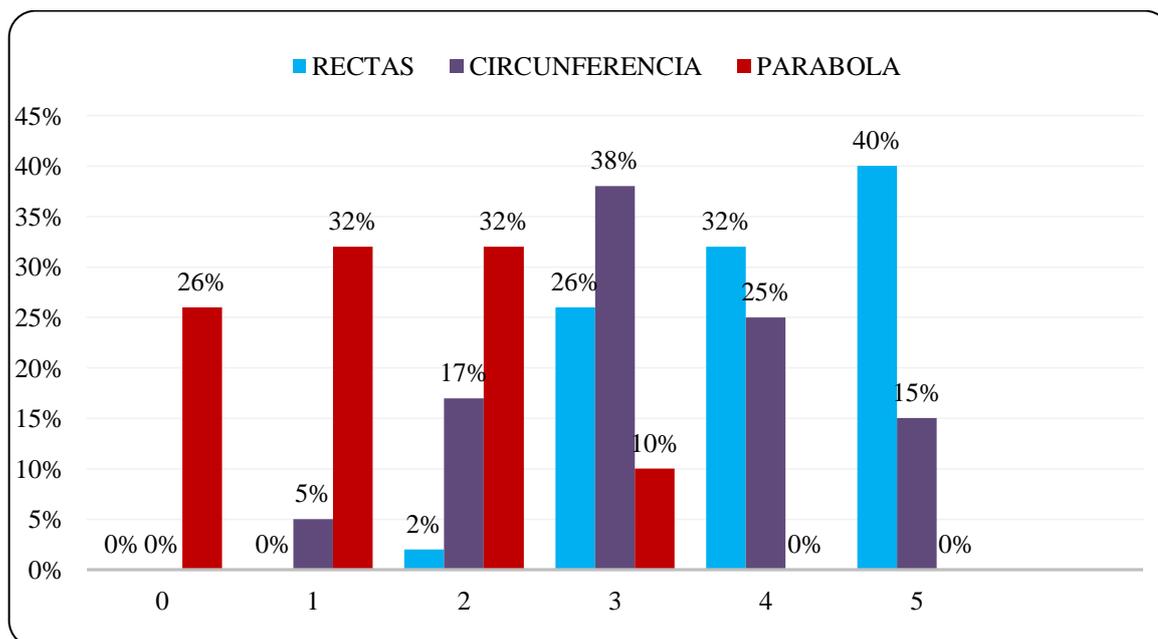
Según el resultado del pretest, se evidencia que el mayor porcentaje de alumnos alcanzaron 6 a 10 puntos, el 31% de 11 a 15 puntos y el 12% de 1 a 5 puntos. Demostrando así que los alumnos tienen poco conocimiento sobre la evaluación tomada, por lo tanto, es necesario reforzar los contenidos de rectas, parábolas y circunferencias. La recta es una sucesión continua de puntos extendidos en una sola dirección, circunferencia es una línea curva, cerrada y plana, cuyos puntos están todos a la misma distancia de otro punto, llamado centro.

**Gráfico N° 04.** Resultados por puntajes logrados de la Evaluación sobre Aplicación de las rectas, parábolas y circunferencias- Pretest antes de la utilización del software GeoGebra



Analizando los resultados de la gráfica se puede observar que no hubo puntajes de los estudiantes de: 1, 2, 3, 14 y 15. A partir de 4 y 5 puntos surgen las primeras calificaciones que constituyen 5% y 8% respectivamente. También se puede notar que, a partir de 6, 7, 9 y 10 existe un pequeño desnivel en cuanto a los porcentajes logrados, solo el puntaje 8 y 11 alcanzaron los porcentajes más elevados. Además, se puede visualizar que entre 12 y 13 puntos existe una pequeña diferenciación. Los alumnos que participaron de la evaluación presentan varias limitaciones, que deben ser considerados por los docentes, para que tenga una carrera universitaria exitosa.

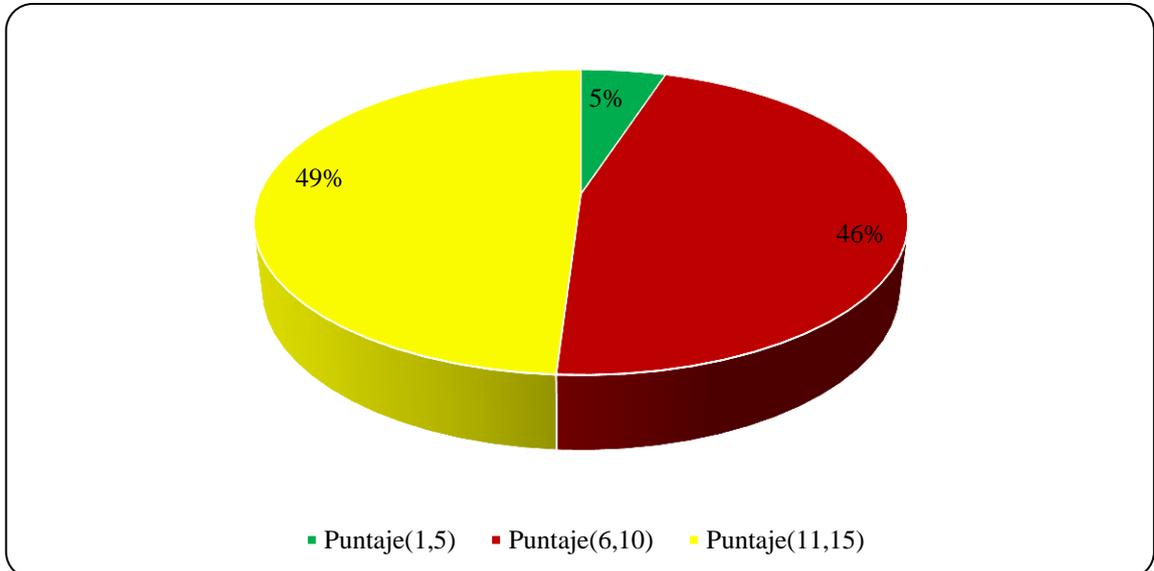
**Gráfico N° 05.** Resultados por temas de la Evaluación sobre Aplicación de rectas, parábolas y circunferencias-Pretest antes de la utilización del software GeoGebra



Según los resultados en cuanto a la Aplicación de rectas, parábolas y circunferencias; se observa un porcentaje regular que va desde los 32%, 38% y 40%, pudiendo apreciarse que necesita enfatizarse estos contenidos en el proceso de enseñanza-aprendizajes para que los alumnos aumenten su caudal de conocimientos en las siguientes evaluaciones y por ende su rendimiento general. Las rectas, las circunferencias y las parábolas son difíciles de interpretar y con más razón si las construcciones las debe construir con la ayuda de reglas y a lápiz.

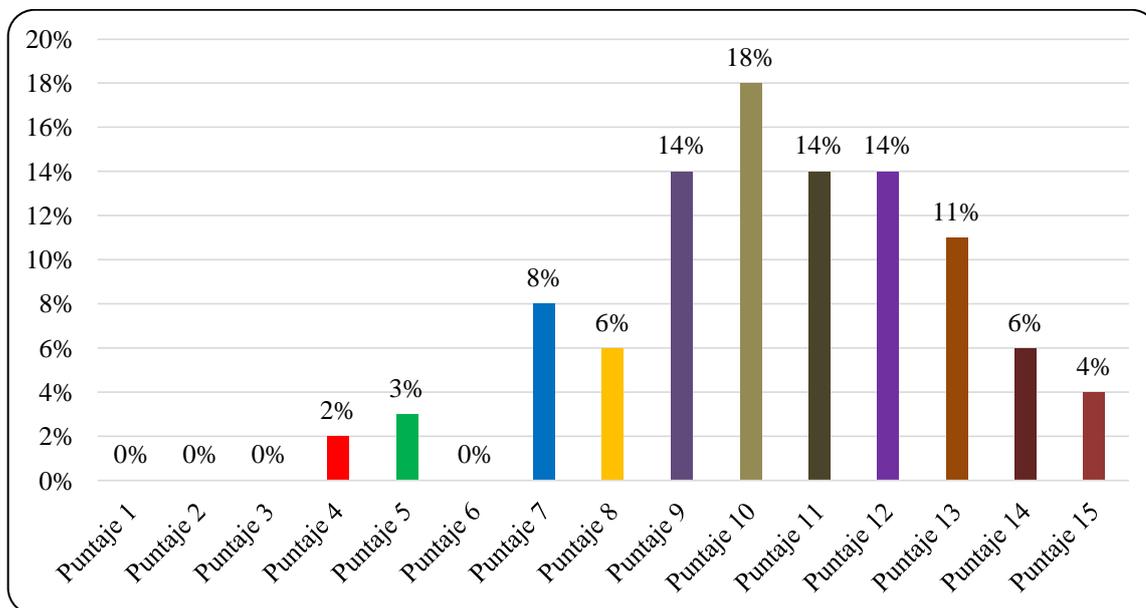
## POSTEST

**Gráfico N° 06.** Resultados por escala de la Evaluación sobre Aplicación de rectas, parábolas y circunferencias-Posttest después de la utilización del software Geogebra



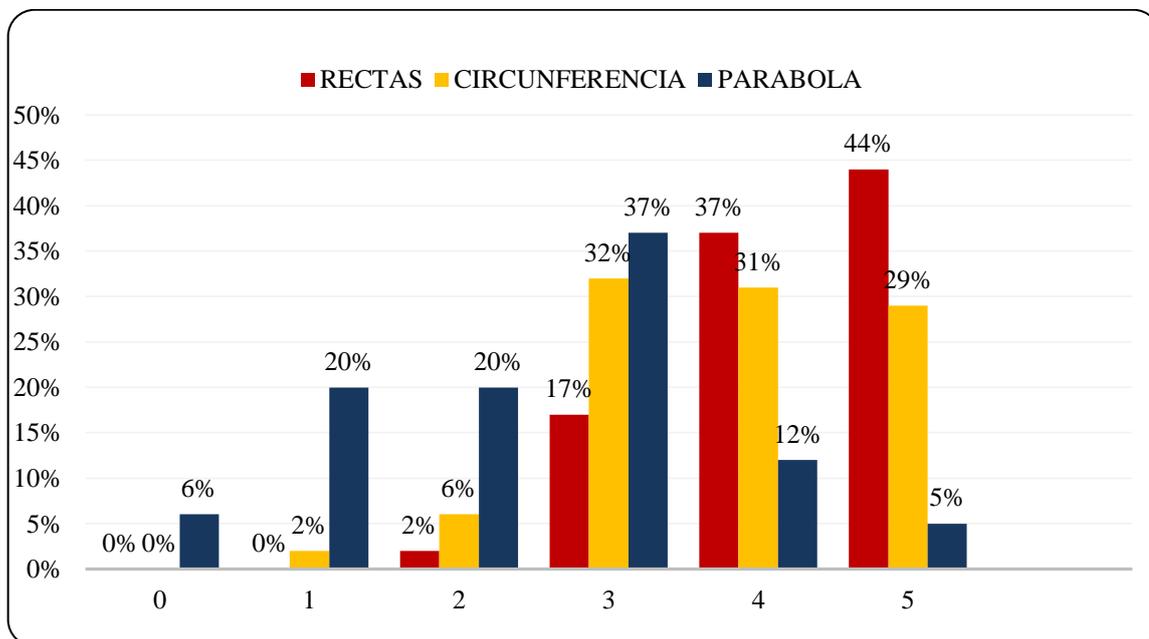
En el resultado se evidencia que, según el intervalo, tomando un grupo importante de 49% ya alcanzaron el puntaje deseado, 46% al puntaje bueno y en una pequeña proporción aceptable. Así se demuestra que hubo un progreso en cuanto al aprendizaje de los contenidos estudiados, notándose una gran diferencia entre el resultado del pretest con el resultado de posttest, aspecto fundamental para encarar con éxito el proceso de enseñanza-aprendizaje.

**Gráfico N° 07.** Resultado por puntajes logrados de la Evaluación sobre Aplicación de las rectas, parábolas y circunferencias-Postest después de la utilización del software GeoGebra



Analizando los resultados de la gráfica se puede observar que no hubo puntajes de los estudiantes de: 1, 2,3 y 6. A partir de 4 y 5 puntos surgen las primeras calificaciones que constituyen 2% y 3% respectivamente. También se puede notar que, a partir de 7, 8,9 y 10 existe un pequeño desnivel en cuanto a los porcentajes logrados. Además, se puede visualizar que, a partir de 11, 12 y 13 puntos existe una pequeña diferenciación, lo mismo ocurre con los puntajes 14 y 15.

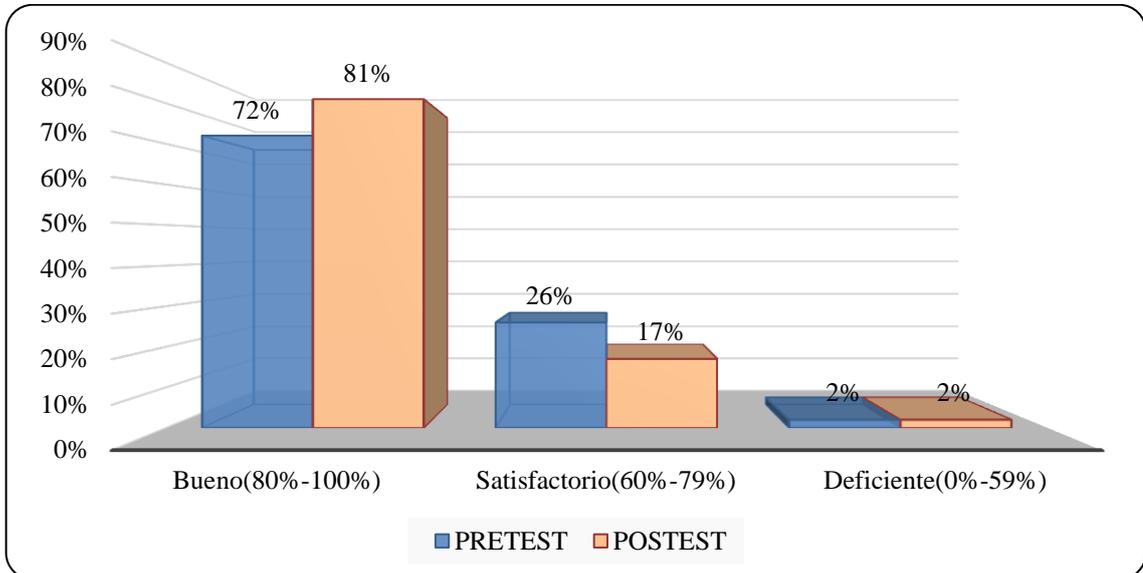
**Gráfico N° 08.** Resultados por temas logrados de la Evaluación sobre Aplicación de las rectas, parábolas y circunferencias-Postest después de la utilización del software GeoGebra



Se puede observar en el gráfico una notable mejoría en relación a la primera evaluación de pretest, por eso es fundamental que el docente del área de Matemática insista en su proceso enseñanza-aprendizaje, sobre los temas de rectas, circunferencias y parábolas, porque son los principales elementos del software GeoGebra que los estudiantes deben manejar con profundidad.

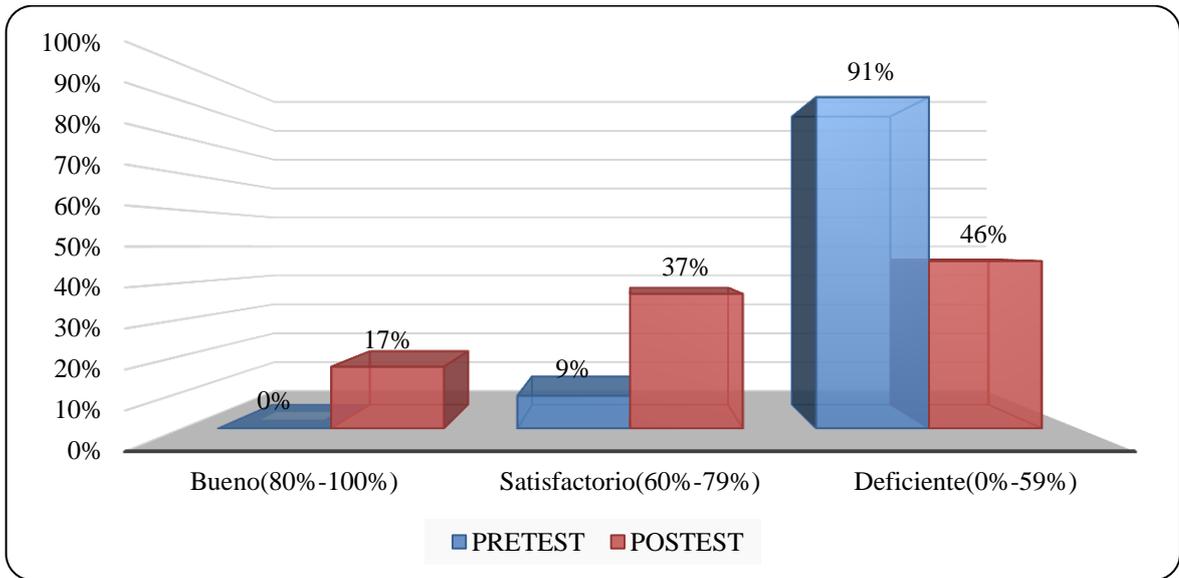
**COMPARACIONES PRETES-POSTEST**

**Gráfico N° 09.** Comparación de los resultados según nivel de conocimiento esperado de la Evaluación sobre Aplicación de rectas (Pretest-Postest)



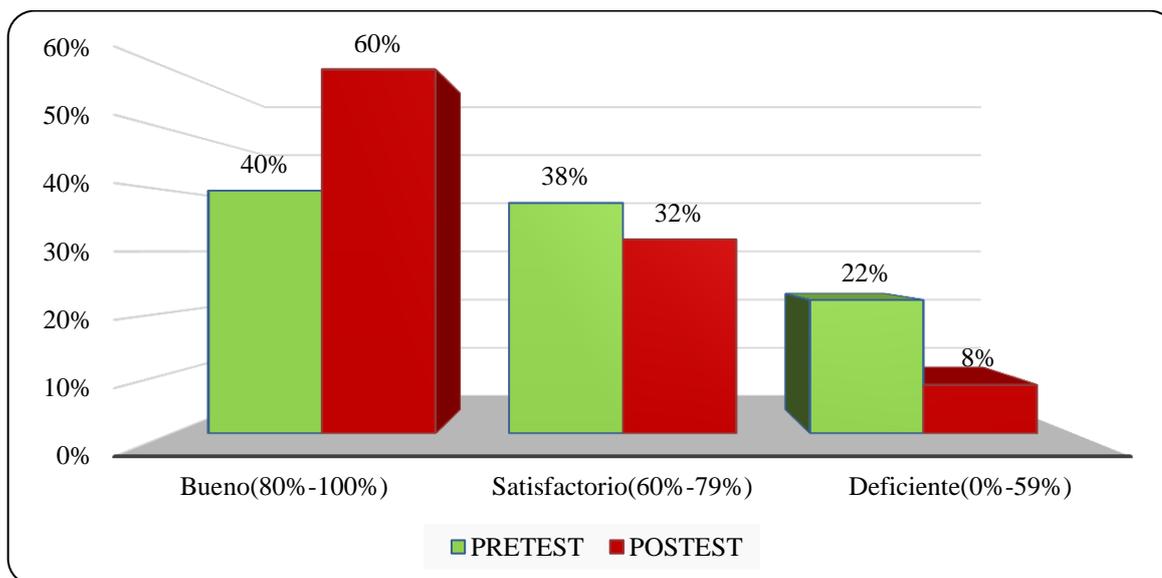
Comparando los resultados obtenidos en rectas tanto en el pretest como en el postest se puede observar que hubo un nivel de conocimiento Bueno (80%-100%), lo que da a entender que a medida que el docente vaya insistiendo con la utilización didáctica de este software los estudiantes tienden a mejorar el aprendizaje progresivamente, en este caso sobre las rectas.

**Gráfico N° 10.** Comparación de los resultados según nivel de conocimiento esperado de la Evaluación sobre Aplicación de parábolas (Pretest-Postest)



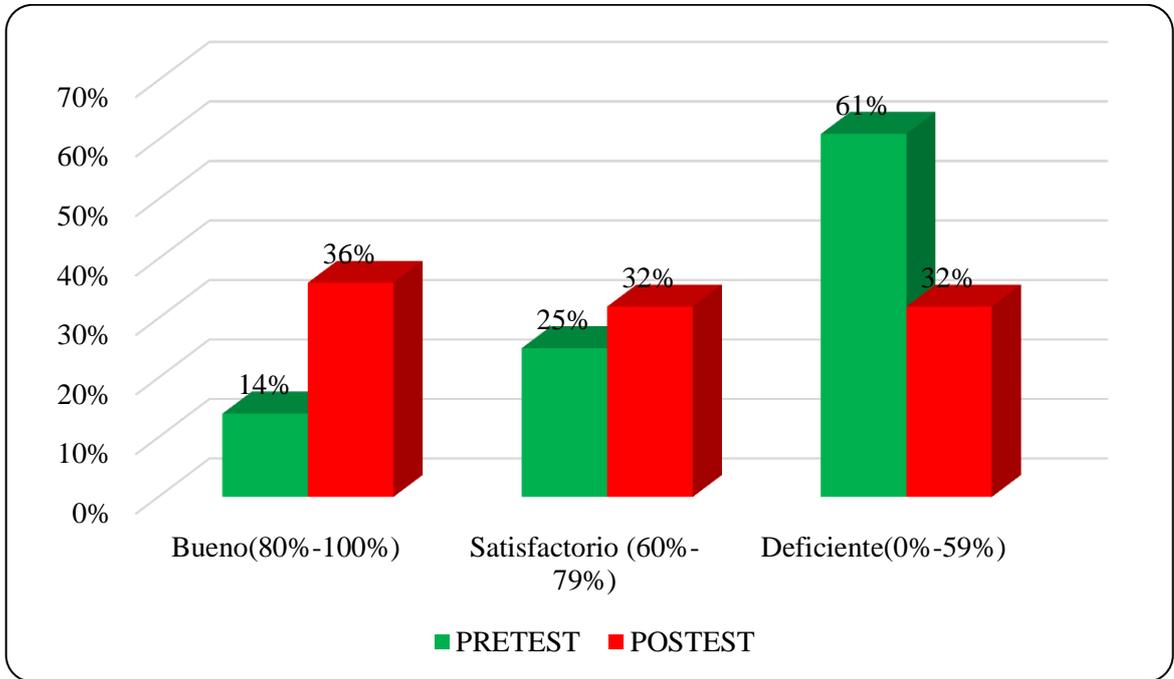
Sumando las escalas Bueno y Satisfactorio alcanza 54% en el postest contra el 91% de la escala deficiente del pretest, se puede deducir que también en este resultado se observa un progreso bastante significativo en cuanto a la comprensión de las parábolas y sus aplicaciones en el contexto de las secciones cónicas.

**Gráfico N° 11.** Comparación de los resultados según nivel de conocimiento esperado de la Evaluación sobre Aplicación de circunferencias (Pretest-Postest)



Al relacionar los resultados de pretest y postest se evidencia que existe un gran porcentaje de estudiantes que mejoraron su nivel de conocimiento teniendo como punto de referencia el software GeoGebra, permitiéndole tener mayor concepto sobre este contenido programático. Como puede verse en el gráfico la escala Bueno (80%-100%) en el postest lo confirma.

**Gráfico N° 12.** Resultado final-Comparación de los resultados según nivel de conocimiento esperado de la Evaluación sobre Aplicación de rectas, parábolas y circunferencias (Pretest-Postest)



Una vez comparado los tres ejes denominados: rectas, circunferencias y parábolas se puede concluir afirmativamente que existe un nivel de Bueno y Satisfactorio (sumado 68%) de rendimiento académico de 60% al 100% en postest contra 14% y 25% en el pretest; demostrándose una pequeña pero considerable diferenciación.

## CAPÍTULO V. CONCLUSION

### Conclusiones

GeoGebra es básicamente un procesador geométrico y un procesador algebraico, es decir, un compendio de Matemática con software interactivo que reúne geometría, álgebra y cálculo, por lo que puede ser usado también en Física, proyecciones comerciales, estimaciones de decisión estratégica y otras disciplinas. GeoGebra permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo, así como la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas, integrales, etc.

Para ir concluyendo el presente trabajo de investigación, se recuerda los que solicitaba el primer objetivo específico: Identificar el manejo que tienen los docentes universitarios para la utilización didáctica del software GeoGebra en la enseñanza de rectas, parábolas y circunferencias. Luego de la aplicación de un sondeo se tuvo el siguiente resultado: Los docentes universitarios que trabaja durante el sursillo de la carrera de Ingeniería Civil manejan poco la utilización didáctica del software Geogebra en la enseñanza, pues el mismo es una herramienta que incorpora nuevas tecnologías para su aplicación y hasta la fecha muy pocos son los que conocen su verdadero alcance.

Seguidamente se recuerda el segundo objetivo específico que pedía: Reconocer el manejo que tienen los estudiantes pre-universitarios para la utilización didáctica del software GeoGebra en el aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias. Los resultados obtenidos con la observación directa aplicada fue el siguiente: Se evidenció que los estudiantes pre-universitarios que participaron del Seminario-taller de utilización del software GeoGebra han manejado muy bien el software Geogebra en la construcción de rectas, parábolas y circunferencias. Pero un porcentaje importante de estudiantes entre 6 a 18% no pudieron completar las tareas asignadas. Pareciera que falta aún practicar más durante el proceso enseñanza-aprendizaje en la construcción de rectas, secciones cónicas (parábolas y circunferencias).

El objetivo específico número tres solicitaba: Conocer las diferencias que se observan en los niveles de conocimientos entre los estudiantes pre-universitarios antes y después de haber utilizado el software GeoGebra en sus procesos de enseñanza-aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias. Los resultados fueron: La diferencia que se observa es notoria en los niveles de conocimientos sobre las rectas y las secciones cónicas (parábolas y circunferencias) entre los estudiantes universitarios que han utilizado el software GeoGebra en sus procesos de enseñanza-aprendizaje, se nota mayores dificultades en la construcción de las parábolas, pero sin embargo existen porcentajes por encima de los hallados en el pretest en relación al postest, este último fue aplicado luego de la aplicación del Seminario-taller de utilización del software.

Para poder realizar la conclusión final resulta necesario traer a colación lo que pedía el objetivo general de investigación: Determinar los efectos de la utilización del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias, de estudiantes pre-universitarios de Concepción. En relación a la misma, se puede decir que se ha notado una mejoría en los niveles de conocimientos de los estudiantes pre-universitarios luego de la utilización del software en el proceso de enseñanza-aprendizaje de rectas, parábola y circunferencias. También con los resultados obtenidos se pudo comprobar la hipótesis de investigación; es decir la presencia de efectos positivos en la utilización del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje de las aplicaciones de las rectas y las secciones cónicas (parábolas, circunferencias) en los estudiantes pre-universitarios de la carrera de Ingeniería Civil de la FaCET de la Universidad Nacional de Concepción.

## **Recomendaciones**

### **A los docentes universitarios del área de Matemática:**

Que utilicen el software GeoGebra como herramienta de práctica en la enseñanza-aprendizaje.

Que busquen estrategias que involucren a los alumnos en el manejo de rectas y secciones cónicas (parábolas y circunferencias) utilizando celulares, tablets, notebooks y otras herramientas.

### **A los alumnos pre-universitarios:**

Que tomen una actitud positiva en la utilización del software educativo para poder mejorar su aprendizaje.

### **A los directivos de la institución:**

Que habiliten una sala tecnológica equipada para que los alumnos practiquen y descubran algo innovador y motivador de manera que se conviertan en sujetos activos de su propio aprendizaje.

## BIBLIOGRAFÍA

- Balacheff, N. (2000). *Entornos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas*. En N. Gorgorió, J. Deulofeu y A. Bishop (coords.): *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Barcelona: Graó; 93-108.
- Bernal Torres, C A. (2006). *Metodología de la Investigación. Para administración, economía, humanidades, y ciencias sociales*. 2ª.ed. México: McGraw-Hill
- Bonilla, G. E. (2013). *Influencia del uso del Programa Geogebra en el Rendimiento Académico en Geometría Analítica Plana.*, Quito: Tercer Nivel.
- Brum V. J y M. R Samarcos J. (2001). *Proyecto Educación - Trabajo en el Mercosur*. Documento sobre comparabilidad y compatibilización entre los perfiles comunes de nivel medio técnico. Organización de Estados Iberoamericanos Para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Educación Técnico Profesional, cuaderno de trabajo 5, Biblioteca Digital de la OEI, <http://www.oei.es>
- Campo, M. (2012). *Capacitación Docente en el uso del Geogebra como Herramienta Didáctica en la Enseñanza de las Matemáticas*. Trujillo: Tercera
- Carretero, M. (1993). *Constructivismo y educación*. Madrid: Edelvives.
- Castells, M. (2000). *La era de la información*. Madrid: Alianza.
- Cataldi, Z. (2000). *Metodología de diseño, desarrollo y evaluación de software educativo. Tesis de Magíster en Informática*. (Versión resumida). Facultad de Informática. Universidad Nacional de La Plata. Argentina. ISBN 960-34-0204-2. [Documento en línea], [www.fi.uba.ar/laboratorios/lsi/catalditesisdemagistereninformatica.pdf](http://www.fi.uba.ar/laboratorios/lsi/catalditesisdemagistereninformatica.pdf) [Consulta 2018, Febrero 14].

- CPEIP Colegio Hebreo Dr. Jaim Weitzman (s.f.). *Estrategias Metodológicas*. Recuperado el 19.05.2018 de <https://educrea.cl/estrategias-metodologicas/>.
- Constitución Nacional de la República del Paraguay (2006). *Sancionada y promulgada* el 20 de junio de 1992.
- Correa, F. (2010). *Ambientes de Aprendizaje en el siglo XXI*. Bogotá:
- Díaz, Y. (2015). *Enfoques de la enseñanza de la Matemática*. Recuperado el 19.05.2018 de <http://agenciasanluis.com/>.
- Delors, J. (1996). *La educación encierra un tesoro*. Madrid: Santillana.
- Dodzahansky, Th. (1961, Trad. frac. 1966). *L'homme en evolution*. París: Flammarion.
- Piaget, J. (1937-1977). *La construction du réel chez l'enfant*. Nestlé: Delachaux.
- Steffe, L. y Gale, J. (1995). *Constructivism in Education*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum
- García García, E. (2006). *Las competencias del profesor en la sociedad del conocimiento*. En R. Mejía (Coord.). *Educación, Globalización y Desarrollo Humano*. Santo Domingo, RD: Editora Buho.
- Gilbert, D. (1991). *How mental systems relieve*. *American Psychology*, 46(2), 107-119.
- Gómez-Chacón, I. M. (1997). *La alfabetización emocional en educación matemática: actitudes, emociones y creencias*. *Revista Uno*, 13, 7-22.
- Gómez-Chacón, I. M. (2000). *Matemática emocional*. Los afectos en el aprendizaje matemático. Madrid: Narcea.
- Guerrero, E.; Blanco, L. J. y Vicente, F. (2002). *Trastornos emocionales ante la educación matemática*. En J. N.
- Hart, L. (1989). *Classroom processes, sex of student, and confidence in learning mathematics*. *Journal for Research in Mathematics Education*. pp. 242-260.

- Henrie, C. R. ; Bodily, R. ; Manwaring, K. C. ; Graham, C. R. (2015). *Exploración de medidas longitudinales intensivas de participación estudiantil en el aprendizaje combinado*. Revista Internacional de Investigación en Aprendizaje Abierto y Distribuido, 16 (3).
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. Y Baptista Lucio P. (2010). *Metodología de la investigación*. Editorial McGraw-Hill. 5ª Edición. México
- Hohenwarter, M. (2014). *Tesis Escuela de matemática*. Obtenido de Documento de ayuda Geogebra Manual oficial versión 3.2
- Hohenwarter, M., & Hohenwarter, J. (2009). *Manual oficial de GeoGebra*.
- Jiménez, J., Vasques, K., Checa, A., González, G., & Mendez, Y. (s.f). *Software Libre en la Educación*.
- Joseph Kindle. (s.f). *Geometría Analítica*, Editorial McGraw Hill.
- Limón Villegas, E.S. (2010). *Constructivismo y la Enseñanza de las Matemáticas*. Recuperado el 19.05.2018 de <http://constructivismoymatematicas.blogspot.com/>.
- López, J. (2008). *Un Modelo para Integrar La TIC al currículo escolar*. Revista Electrónica Eduteka. Recuperado en <http://www.eduteka.org/modulos/8/247/889/1>
- Marquès, P. (1998): *La evaluación de programas didácticos*. *Comunicación y Pedagogía*, Nº 149, p. 53- 58. Barcelona.
- McLeod, D. B. (1989) *Beliefs, attitudes, and emotions: new view of affect in mathematics education*. En D.B. Springer-Verlang.
- McLeod, D.B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En Douglas A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on mathematics Teaching and Learning* (pp.575-598). New York: Macmillan.

- MEN (1998). *Lineamientos curriculares para el área de Educación Artística*
- MEN (1998). *Lineamientos curriculares para el área de Matemáticas.*
- Mertens L. (2000). *La Gestión por Competencia Laboral en la Empresa y la Formación Profesional Madrid: Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI)*
- Miras, M. (2001). *Afectos, emociones, atribuciones y expectativas: el sentido del aprendizaje escolar.* En C. Coll, J.
- Montesinos, J. L. (2010). *Historia de las Matemáticas en la enseñanza Secundaria.* Madrid: Editorial Síntesis.
- Mondragon Chavarria, K.X. (s.f.). *Secciones Cónicas y sus Aplicaciones.* Recuperado el 19.05.2018 de <http://www.monografias.com/>.
- Palacios y A. Marchesi (Comps.), *Desarrollo Psicológico y Educación. II.* Psicología de la Educación Escolar (pp. 309 - 329). Madrid: Alianza.
- Rivas, R. (2012) *¿Que son las competencias, las capacidades, las habilidades, las destrezas, la actitud y la aptitud?.* Recuperado el 25 de abril de 2018 de: <http://asesoriacomercialycoachcom.blogspot.com/2012/05/que-son-las-competenciaslas.html>
- Roanes Macías, E. (1980). *Introducción a la geometría.* 1ª Edición. Anaya editorial.
- Sierra Bravo, R. (2007). *Técnicas de Investigación Social.* Teoría y ejercicios. 14a ed. Madrid: International Thomson Editores Spain Paraninfo, S.A.
- Sierra Bravo, R. (2007). *Tesis doctorales y trabajos de Investigación Científica.* 5a ed. Madrid: International Thomson Editores Spain Paraninfo, S.A.

Silva, J y Oteiza, F. (2001). *Computadores y comunicaciones en el currículo matemático*. Tesis nivel medio, Universidad Santiago de Chile, Región Metropolitana de Santiago.

Swokowski, E. (2011). *Álgebra y geometría analítica*. 13° edición. México: Cengage Learning Editores.

Tortosa Grau, L., Vicent Frances J. F. (2012) *Geometría moderna para Ingeniería*. San Vicente. Alicante. España. Editorial Club Universitario.

Universidad Nacional de Colombia. *Revista de educación Unal*. Recuperado en [www.revistas.unal.edu.co/index.php/email/article/view/12622/13227](http://www.revistas.unal.edu.co/index.php/email/article/view/12622/13227)

Valdivia Eguía, R. (2014). *Parábola*. Recuperado el 19.05.2018 de <https://www.mindmeister.com>.

[www.math.com.mx](http://www.math.com.mx) José de Jesús Angel Angel [jjaa@math.com.mx](mailto:jjaa@math.com.mx) MathCon. 2007-2008

Zill, D. (1982). *Geometría Analítica*. Editorial Mc Graw Hill. Geometría Analítica, Secciones Cónicas.

## APÉNDICES

## Apéndice I

## Validación de instrumentos

Universidad Nacional de Concepción  
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas

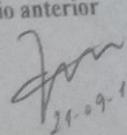
∞

CURSO PREPARATORIO DE INGRESO - AÑO 2017  
EXAMEN DE ADMISIÓN A LA SEGUNDA ETAPA  
Asignatura: GEOMETRIA ANALITICA - PRE - TEST

Nombres y Apellidos: .....  
Cédula de Identidad N°: ..... Fecha: ..... T.P.: 25

**Actividades:**

- 1) La ecuación general de la recta que pasa por el punto  $P(3;5)$  y  $Q(-1, 1)$  es:
  - A)  $x - y + 2 = 0$
  - B)  $x + 2y - 8 = 0$
  - C)  $x + y + 8 = 0$
  - D)  $x - y + 5 = 0$
- 2) Obtener la ecuación general de la recta que tiene pendiente 2 y que pasa por el punto  $A(-3, 4)$
- 3) Representar gráficamente en el plano cartesiano las siguientes rectas y determinar si son paralelas o perpendiculares u oblicuas:
  - A.  $3x - y + 3 = 0$ ;  $3x - y - 1 = 0$
  - B.  $x + 2y - 4 = 0$ ;  $2x - y + 10 = 0$
- 4) Hallar la ecuación general de la recta que pasa por  $M(1, 1)$  y que es paralela a la recta  $5x - y - 6 = 0$ . Representar gráficamente en el plano cartesiano.
- 5) Hallar la ecuación general de la recta que pasa por  $M(1, 2)$  y que es perpendicular a la recta cuya ecuación es  $2x + 3y - 6 = 0$ . Representar gráficamente en el plano cartesiano.
- 6) Obtener la ecuación general de la circunferencia cuyo centro es el punto  $(1, 2)$  y radio 5
- 7) Obtener la ecuación general de la circunferencia cuyo centro es el punto  $(-2, 4)$  y que pasa por el punto  $(2, 3)$
- 8) Obtener la ecuación general de la circunferencia de centro en  $(2, -1)$  y tangente a la recta  $x - 2y + 1 = 0$ . Representar gráficamente
- 9) Obtener la gráfica de la circunferencia cuya ecuación general es  $x^2 + y^2 - 4x + 14y + 37 = 0$  e indicar cuál es el centro, el radio y cuál es su ecuación ordinaria
- 10) Obtener la ecuación general de la circunferencia cuyo diámetro tiene como extremos los puntos  $(5, -6)$  y  $(1, 3)$
- 11) Obtener la ecuación y la gráfica de la parábola cuyo vértice coincide con el origen de coordenadas, su foco es el punto  $(1, 0)$
- 12) Obtener la ecuación y la gráfica de la parábola cuya directriz es la recta que tiene por ecuación  $y + 1 = 0$  y su vértice es el punto  $(4, 2)$ .
- 13) Obtener la ecuación y la gráfica de la parábola cuya directriz es la recta que tiene por ecuación  $x - 1 = 0$  y su foco es el punto  $(-2, -1)$ .
- 14) Obtener la gráfica de la parábola cuya ecuación es  $(y - 3)^2 = -12(x + 5)$
- 15) Obtener el vértice, el foco y la directriz de la parábola del ejercicio anterior



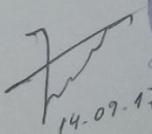
**Universidad Nacional de Concepción**  
 Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas

CURSO PREPARATORIO DE INGRESO - AÑO 2017  
 Asignatura: GEOMETRIA ANALITICA - TEST

Nombres y Apellidos: .....  
 Cédula de Identidad N°: ..... Fecha: ..... T.P.: 25

"Las siguientes actividades serán desarrolladas con la utilización del software GeoGebra."

1. Hallar la ecuación general de la recta que pasa por  $M(-1, 3)$  y  $N(1, 1)$
2. Hallar la ecuación general de la recta que tiene pendiente  $-3$  y pasa por  $M(1, 1)$
3. Representar gráficamente en el plano cartesiano las siguientes rectas y determinar si son paralelas o perpendiculares u oblicuas:  
 A.  $3x - y + 3 = 0$ ;  $3x - y - 1 = 0$   
 B.  $x + 2y - 4 = 0$ ;  $2x - y + 10 = 0$
4. Obtener la ecuación general de la recta que pasa por el punto  $A(-3, 4)$  y que es paralela a la recta cuya ecuación es  $5x - y = 20$
5. Obtener la ecuación general de la recta que pasa por el punto  $A(5, -4)$  y que es perpendicular a la recta cuya ecuación es  $3x - 7y = 21$
6. Obtener la ecuación general de la circunferencia cuyo centro es el punto  $(2, 3)$  y radio  $4$
7. Obtener la ecuación general de la circunferencia cuyo centro es el punto  $(-1, 3)$  y que pasa por el punto  $(2, 2)$
8. Calcular la ecuación general de la circunferencia de centro en  $(5, -4)$  y tangente a la recta  $3x - 7y = 21$
9. Determine las coordenadas del centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación general es  $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 19 = 0$
10. Obtener la ecuación general de la circunferencia cuyo diámetro tiene por extremos los puntos  $A(0, -8)$  y  $B(6, 0)$
11. Obtener la ecuación y gráfica de la parábola cuyo vértice coincide con el origen de coordenadas, su foco es el punto  $(3, 0)$
12. Obtener la ecuación y la gráfica de la parábola cuya directriz es la recta que tiene por ecuación  $y - 3 = 0$  y su vértice es el punto  $(8, 10)$ .
13. Obtener la ecuación y la gráfica de la parábola cuya directriz es la recta que tiene por ecuación  $x + 5 = 0$  y su foco es el punto  $(-1, 3)$
14. Obtener la gráfica de la parábola cuya ecuación es  $(y - 2)^2 = 8(x - 3)$
15. Obtener el vértice, el foco y la directriz de la parábola del ejercicio anterior

  
 14-07-17  



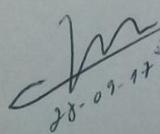
**Universidad Nacional de Concepción**  
 Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas
 

CURSO PREPARATORIO DE INGRESO - AÑO 2017  
 Asignatura: GEOMETRIA ANALITICA - POSTEST

Nombres y Apellidos: .....  
 Cédula de Identidad N°: ..... Fecha: ..... T.P.: 15

**Actividades:**

1. Hallar la ecuación general de la recta que pasa por  $P(-3, 1)$  y  $N(2, 5)$
2. Hallar la ecuación general de la recta que tiene pendiente 4 y pasa por  $M(3, -2)$
3. Representar gráficamente en el plano cartesiano las siguientes rectas y determinar si son paralelas o perpendiculares u oblicuas:
  - A.  $2x - y = 7$ ;  $2x - y = -2$
  - B.  $x + 5y = 4$ ;  $5x - y = 3$
4. Obtener la ecuación general de la recta que pasa por el punto  $A(-1, 2)$  y que es paralela a la recta cuya ecuación es  $3x - y = 5$
5. Obtener la ecuación general de la recta que pasa por el punto  $A(2, -3)$  y que es perpendicular a la recta cuya ecuación es  $x - 2y = 3$
6. Obtener la ecuación general de la circunferencia cuyo centro es el punto  $(3, -2)$  y radio 5
7. Obtener la ecuación general de la circunferencia cuyo centro es el punto  $(-1, 2)$  y que pasa por el punto  $(-1, 5)$
8. Calcular la ecuación general de la circunferencia de centro en  $(4, 5)$  y tangente a la recta  $x + y = 3$
9. Obtener la gráfica de la circunferencia cuya ecuación general es  $4x^2 + 4y^2 - 8x + 8y - 28 = 0$  e indicar cuál es el centro, el radio y cuál es su ecuación ordinaria
10. Obtener la ecuación general de la circunferencia cuyo diámetro tiene como extremos los puntos  $(1, 4)$  y  $(3, 0)$
11. Obtener la ecuación y la gráfica de la parábola cuyo vértice coincide con el origen de coordenadas, su foco es el punto  $(2, 0)$
12. Obtener la ecuación general y la gráfica de la parábola cuya directriz es la recta que tiene por ecuación  $y + 2 = 0$  y su vértice es el punto  $(3, 5)$ .
13. Obtener la ecuación y la gráfica de la parábola cuya directriz es la recta que tiene por ecuación  $x - 4 = 0$  y su foco es el punto  $(2, 1)$
14. Hallar la gráfica de la parábola cuya ecuación es  $(y - 2)^2 = -6(x + 3)$
15. Obtener el vértice, el foco y la directriz de la parábola del ejercicio anterior

  
 28-09-17
 

## Apéndice II

## Lista de Evaluación Pre-Test

Nómina Alumnos Pre-Universitarios( <i>Facet – 2017</i> )		Puntajes	F%
1	Acosta Espínola, Eduardo Daniel	9	60%
2	Amarilla Centurión, Atilio Ramón	8	53%
3	Amarilla Guanez, Antonio Marcelo	4	27%
4	Arévalos Sosa, Francisco Javier	12	80%
5	Arguello Aguilar, Arnaldo Ariel	6	40%
6	Arguello Báez, Laura Alice	10	67%
7	Arguello Sanabria, Marisa Isabel	8	53%
8	Báez Urbieta, Erica Diana	11	73%
9	Barrozo Ferreira, Brisa Mara	8	53%
10	Bernal Escobar, Miguel Ramón	8	53%
11	Cabrera Benítez, Derlis Adrián	5	33%
12	Cabrera Mendieta, Luis Enrique	9	60%
13	Centurión Fernández, Junior Rodrigo	10	67%
14	Centurión Melgarejo, Rolando	5	33%
15	Chávez Rodríguez, Alcidez	7	47%
16	Colman Ruiz, María de los Ángeles	6	40%
17	Coronil Fernández, Ana Beatriz	13	87%
18	Díaz Barua, Adrián Alejandro	8	53%
19	Duarte Montiel, Cesar Ariel	5	33%
20	Echeverría Arevalos, Osvaldo Rene	7	47%
21	Espínola Agustí, Benito Enrique	10	67%
22	Fernández Montiel, Mario Alejandro	8	53%
23	Fernández Ramírez, Giuliano Arturo	11	73%
24	Fernández Serrano, Oscar Porfirio	10	67%
25	Fretes Cristaldo, Julieta María	13	87%
26	Gamarra Coronel, Rodrigo Fabián	11	73%
27	Gavilán, DaianaGissel	6	40%
28	González Arce, Juan Carlos	7	47%
29	Hermosa Zavala, Pedro Heriberto	7	47%
30	Irigoitia Carneiro, Diego Ovidio	11	73%
31	Jara Miskinich, Jaime Jesús	10	67%
32	Lugo Mongelos, Jazmín María	11	73%
33	Lujan Arce, Derlis Adrián	9	60%
34	Maciel Ramírez, Hugo Samuel	7	47%
35	Maldonado Vera, Sebastián	4	27%
36	Medina Báez, Cesar Emmanuel	8	53%
37	Medina Cazal, Lucas Emmanuel	6	40%

Nómina Alumnos Pre-Universitarios( <i>Facet</i> – 2017)		Puntajes	F%
38	Medina Saldívar, Elena Sofía	12	80%
39	Melgarejo Quintana, Rodrigo	11	73%
40	Melgarejo Velázquez, Alcides Danilo	8	53%
41	Montania Pana, Alexis Miguel	13	87%
42	Morel López, Analiz	6	40%
43	NuninBonzi, Víctor Nahuel	11	73%
44	Núñez Aguilar, Juan Ángel	8	53%
45	Orrego Peralta, JoceDaryll	8	53%
46	Paciello Valiente, Humberto Daniel	4	27%
47	Páez Benítez, Alex Paul	13	87%
48	Paniagua Benítez, Diego Armando	5	33%
49	Pereira Fernández, Leticia Monserrat	11	73%
50	Ramírez Echague, Brenda Nicole	6	40%
51	Ramírez Estigarribia, Osmar Nery	9	60%
52	Ramírez Valiente, Alexis Daniel	12	80%
53	Reyes Benítez, Pedro Augusto	7	47%
54	Rojas Krauer, Rebeka Elizabeth	12	80%
55	Román Paranderi, Anderson Javier	8	53%
56	Romero Velázquez, Jorge Enmanuel	9	60%
57	Ruiz Marín, Jonathan David	7	47%
58	Serrano Cano, Carlos Ariel	11	73%
59	Valiente Cristaldo, Isidro	9	60%
60	Vázquez Giménez, Dolly Vidalia	13	87%
61	Vera Sánchez, Oliver Fabián	7	47%
62	Villalba Ortiz, Oscar Zacarías	11	73%
63	Villalba Sosa, Donald Marcelo	6	40%
64	Villasanti Alvarenga, María Victoria	11	73%
65	Sosa, Celia	5	33%

## Apéndice III

Lista de cotejo: Utilización del software GeoGebra (*por observación*)

Nómina Alumnos Pre-Universitarios( <i>Facet – 2017</i> )		Rectas		Circunferencias		Parábola	
		si	no	si	no	si	no
1	Acosta Espínola, Eduardo Daniel	X		X			X
2	Amarilla Centurión, Atilio Ramón	X		X		X	
3	Amarilla Guanez, Antonio Marcelo	X		X		X	
4	Arévalos Sosa, Francisco Javier	X		X		X	
5	Arguello Aguilar, Arnaldo Ariel	X			X		X
6	Arguello Báez, Laura Alice	X		X		X	
7	Arguello Sanabria, Marisa Isabel	X		X		X	
8	Báez Urbietta, Erica Diana	X		X		X	
9	Barrozo Ferreira, Brisa Mara	X		X		X	
10	Bernal Escobar, Miguel Ramón	X			X	X	
11	Cabrera Benítez, Derlis Adrián	X		X		X	
12	Cabrera Mendieta, Luis Enrique	X		X		X	
13	Centurión Fernández, Junior Rodrigo	X		X			X
14	Centurión Melgarejo, Rolando	X		X		X	
15	Chávez Rodríguez, Alcidez	X		X		X	
16	Colman Ruiz, María de los Ángeles	X			X	X	
17	Coronil Fernández, Ana Beatriz	X		X		X	
18	Díaz Barua, Adrián Alejandro	X		X			X
19	Duarte Montiel, Cesar Ariel		X	X			X
20	Echeverría Arevalos, Osvaldo Rene	X		X		X	
21	Espínola Agustí, Benito Enrique	X			X	X	
22	Fernández Montiel, Mario Alejandro	X		X			X
23	Fernández Ramírez, Giuliano Arturo	X		X		X	
24	Fernández Serrano, Oscar Porfirio	X			X	X	
25	Fretes Cristaldo, Julieta María	X		X		X	
26	Gamarra Coronel, Rodrigo Fabián	X		X		X	
27	Gavilán, DaianaGissel	X		X		X	
28	González Arce, Juan Carlos	X		X		X	
29	Hermosa Zavala, Pedro Heriberto	X		X			X
30	Irigoitia Carneiro, Diego Ovidio	X		X		X	
31	Jara Miskinich, Jaime Jesús	X		X		X	
32	Lugo Mongelos, Jazmín María	X		X		X	
33	Lujan Arce, Derlis Adrián	X		X		X	
34	Maciel Ramírez, Hugo Samuel		X	X		X	
35	Maldonado Vera, Sebastián	X		X			X

Nómina Alumnos Pre-Universitarios( <i>Facet</i> – 2017)		Rectas		Circunferencias		Parábola	
		si	no	si	no	si	no
36	Medina Báez, Cesar Emmanuel	X		X		X	
37	Medina Cazal, Lucas Emmanuel	X			X	X	
38	Medina Saldívar, Elena Sofía		X	X		X	
39	Melgarejo Quintana, Rodrigo	X		X		X	
40	Melgarejo Velázquez, Alcides Danilo	X		X			X
41	Montania Pana, Alexis Miguel	X		X		X	
42	Morel López, Analiz	X		X		X	
43	NuninBonzi, Víctor Nahuel	X		X		X	
44	Núñez Aguilar, Juan Ángel	X		X		X	
45	Orrego Peralta, JoceDaryll		X	X			X
46	Paciello Valiente, Humberto Daniel	X		X		X	
47	Páez Benítez, Alex Paul	X		X		X	
48	Paniagua Benítez, Diego Armando	X		X			X
49	Pereira Fernández, Leticia Monserrat	X		X		X	
50	Ramírez Echague, Brenda Nicole	X		X		X	
51	Ramírez Estigarribia, Osmar Nery	X		X		X	
52	Ramírez Valiente, Alexis Daniel	X		X		X	
53	Reyes Benítez, Pedro Augusto	X		X			X
54	Rojas Krauer, Rebeka Elizabeth	X		X		X	
55	Román Paranderi, Anderson Javier	X		X		X	
56	Romero Velázquez, Jorge Enmanuel	X		X		X	
57	Ruiz Marín, Jonathan David	X		X		X	
58	Serrano Cano, Carlos Ariel	X		X		X	
59	Valiente Cristaldo, Isidro	X		X		X	
60	Vázquez Giménez, Dolly Vidalia	X		X		X	
61	Vera Sánchez, Oliver Fabián	X			X	X	
62	Villalba Ortiz, Oscar Zacarías	X		X		X	
63	Villalba Sosa, Donald Marcelo	X		X		X	
64	Villasanti Alvarenga, María Victoria	X		X		X	
65	Sosa, Celia	X		X		X	

## Apéndice IV

## Lista de Evaluación-Postest

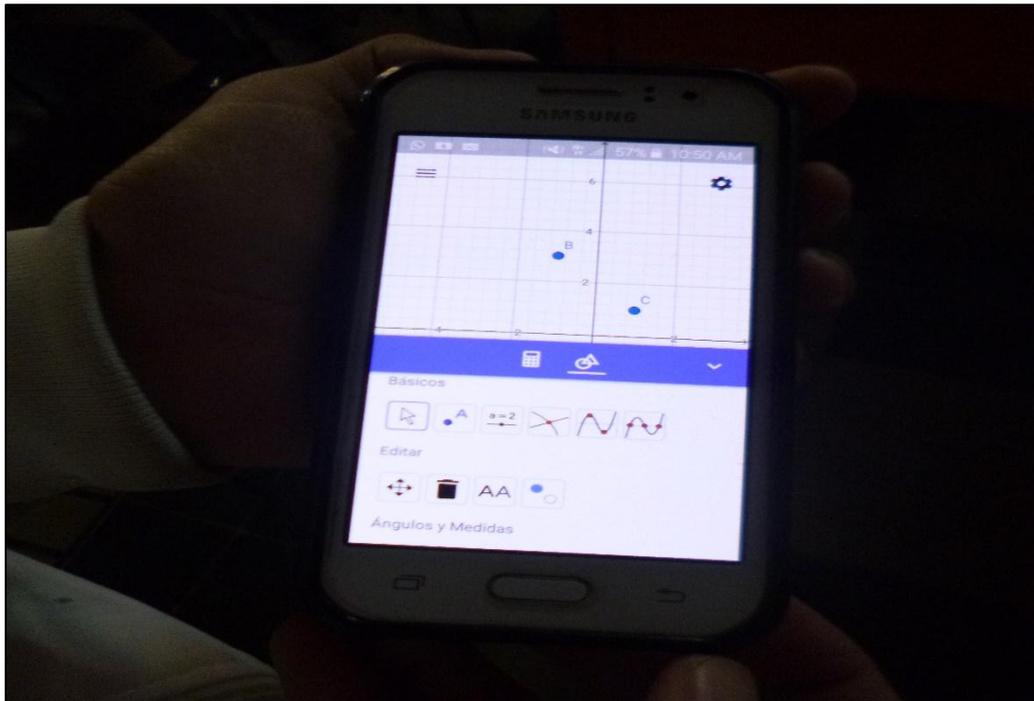
Nómina Alumnos Pre-Universitarios( <i>Facet – 2017</i> )		Puntajes	F%
1	Acosta Espínola, Eduardo Daniel	10	67%
2	Amarilla Centurión, Atilio Ramón	11	73%
3	Amarilla Guanez, Antonio Marcelo	7	46%
4	Arévalos Sosa, Francisco Javier	13	87%
5	Arguello Aguilar, Arnaldo Ariel	9	60%
6	Arguello Báez, Laura Alice	14	93%
7	Arguello Sanabria, Marisa Isabel	10	67%
8	Báez Urbietta, Erica Diana	13	87%
9	Barrozo Ferreira, Brisa Mara	11	73%
10	Bernal Escobar, Miguel Ramón	10	67%
11	Cabrera Benítez, Derlis Adrián	9	60%
12	Cabrera Mendieta, Luis Enrique	11	73%
13	Centurión Fernández, Junior Rodrigo	12	80%
14	Centurión Melgarejo, Rolando	8	53%
15	Chávez Rodríguez, Alcidez	11	73%
16	Colman Ruiz, María de los Ángeles	9	60%
17	Coronil Fernández, Ana Beatriz	14	93%
18	Díaz Barua, Adrián Alejandro	12	80%
19	Duarte Montiel, Cesar Ariel	10	67%
20	Echeverría Arevalos, Osvaldo Rene	9	60%
21	Espínola Agustí, Benito Enrique	10	67%
22	Fernández Montiel, Mario Alejandro	10	67%
23	Fernández Ramírez, Giuliano Arturo	13	87%
24	Fernández Serrano, Oscar Porfirio	11	73%
25	Fretes Cristaldo, Julieta María	15	100%
26	Gamarra Coronel, Rodrigo Fabián	12	80%
27	Gavilán, DaianaGissel	9	60%
28	González Arce, Juan Carlos	12	80%
29	Hermosa Zavala, Pedro Heriberto	8	53%
30	Irigoitia Carneiro, Diego Ovidio	12	80%
31	Jara Miskinich, Jaime Jesús	11	73%
32	Lugo Mongelos, Jazmín María	11	73%
33	Lujan Arce, Derlis Adrián	12	80%
34	Maciel Ramírez, Hugo Samuel	4	27%
35	Maldonado Vera, Sebastián	7	47%
36	Medina Báez, Cesar Emmanuel	9	60%
37	Medina Cazal, Lucas Emmanuel	9	60%

<b>Nómina</b>		<b>Puntajes</b>	<b>F%</b>
<b>Alumnos Pre-Universitarios (Facet – 2017)</b>			
<b>38</b>	Medina Saldívar, Elena Sofía	<b>13</b>	<b>87%</b>
<b>39</b>	Melgarejo Quintana, Rodrigo	<b>12</b>	<b>80%</b>
<b>40</b>	Melgarejo Velázquez, Alcides Danilo	<b>10</b>	<b>67%</b>
<b>41</b>	Montania Pana, Alexis Miguel	<b>13</b>	<b>87%</b>
<b>42</b>	Morel López, Analiz	<b>10</b>	<b>67%</b>
<b>43</b>	NuninBonzi, Víctor Nahuel	<b>12</b>	<b>80%</b>
<b>44</b>	Núñez Aguilar, Juan Ángel	<b>9</b>	<b>60%</b>
<b>45</b>	Orrego Peralta, JoceDaryll	<b>11</b>	<b>73%</b>
<b>46</b>	Paciello Valiente, Humberto Daniel	<b>7</b>	<b>47%</b>
<b>47</b>	Páez Benítez, Alex Paul	<b>14</b>	<b>93%</b>
<b>48</b>	Paniagua Benítez, Diego Armando	<b>8</b>	<b>53%</b>
<b>49</b>	Pereira Fernández, Leticia Monserrat	<b>13</b>	<b>87%</b>
<b>50</b>	Ramírez Echague, Brenda Nicole	<b>10</b>	<b>67%</b>
<b>51</b>	Ramírez Estigarribia, Osmar Nery	<b>11</b>	<b>73%</b>
<b>52</b>	Ramírez Valiente, Alexis Daniel	<b>15</b>	<b>100%</b>
<b>53</b>	Reyes Benítez, Pedro Augusto	<b>10</b>	<b>67%</b>
<b>54</b>	Rojas Krauer, Rebeka Elizabeth	<b>13</b>	<b>87%</b>
<b>55</b>	Román Paranderi, Anderson Javier	<b>10</b>	<b>67%</b>
<b>56</b>	Romero Velázquez, Jorge Enmanuel	<b>8</b>	<b>53%</b>
<b>57</b>	Ruiz Marín, Jonathan David	<b>7</b>	<b>47%</b>
<b>58</b>	Serrano Cano, Carlos Ariel	<b>10</b>	<b>67%</b>
<b>59</b>	Valiente Cristaldo, Isidro	<b>12</b>	<b>80%</b>
<b>60</b>	Vázquez Giménez, Dolly Vidalia	<b>15</b>	<b>100%</b>
<b>61</b>	Vera Sánchez, Oliver Fabián	<b>5</b>	<b>40%</b>
<b>62</b>	Villalba Ortiz, Oscar Zacarías	<b>14</b>	<b>93%</b>
<b>63</b>	Villalba Sosa, Donald Marcelo	<b>5</b>	<b>33%</b>
<b>64</b>	Villasanti Alvarenga, María Victoria	<b>9</b>	<b>60%</b>
<b>65</b>	Sosa, Celia	<b>7</b>	<b>47%</b>

## ANEXOS

## Anexo I

## Foto del Seminario-taller: Uso del software GeoGebra



Anexo II

Foto del Seminario-taller: Uso del software GeoGebra



## Anexo III

Foto de aplicación de pretest



Foto de aplicación de postest

