



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS
MENCIÓN: MATEMÁTICAS/ FÍSICA/QUÍMICA



TESIS DE MAESTRÍA

**RESULTADOS DEL MÉTODO PÓLYA EN EL DESARROLLO DE
HABILIDADES MATEMÁTICAS DE ALUMNOS DEL 2º CICLO
DEL CENTRO REGIONAL DE EDUCACIÓN-CONCEPCIÓN**

AUTORA:
SONIA MARLENE GUTIÉRREZ DE SALDÍVAR

CONCEPCIÓN, PARAGUAY
2018



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLÓGICAS



PROGRAMA DE MAESTRÍA EN DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS
MENCIÓN: MATEMÁTICAS/ FÍSICA/QUÍMICA

TESIS DE MAESTRÍA

**RESULTADOS DEL MÉTODO PÓLYA EN EL DESARROLLO DE
HABILIDADES MATEMÁTICAS DE ALUMNOS DEL 2º CICLO
DEL CENTRO REGIONAL DE EDUCACIÓN-CONCEPCIÓN**

AUTORA:

SONIA MARLENE GUTIÉRREZ DE SALDÍVAR

DIRECTORA DE TESIS:

DRA. SALVADORA GIMÉNEZ AMARILLA

CONCEPCIÓN, PARAGUAY

2018

ACTA DE APROBACIÓN

TESIS PRESENTADA PARA CUMPLIR CON LOS REQUISITOS FINALES
PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE MAGÍSTER EN DIDÁCTICA DE
LAS CIENCIAS: MENCIÓN MATEMÁTICAS

AUTORA:

SONIA MARLENE GUTIÉRREZ DE SALDÍVAR

DIRECTORA DE TESIS:

DRA. SALVADORA GIMÉNEZ AMARILLA

TRIBUNAL DE EXPOSICIÓN Y DEFENSA DE LA TESIS

Dra. Salvadora Giménez Amarilla_____

Dr. Clarito Rojas Marín_____

Dr. Jorge Daniel Mello Román_____

Resultado de la Evaluación: _____

Número

Letra

Mención

Lugar y Fecha de la Exposición y Defensa de la Tesis

DEDICATORIA

A mi familia, por el apoyo incondicional que me han brindado siempre durante la realización de mis estudios para lograr llegar a la meta tan deseada, lo que me da fuerzas y valor para dedicarme de lleno a la enseñanza de nuevas generaciones.

A mi esposo y mis hijos, motivos de mi perseverancia, quienes fueron la voz de aliento y acompañamiento, para un mejor porvenir en el campo profesional, social y económico.

A la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas, por darme la oportunidad de crecer profesionalmente, por las enseñanzas que me han brindado a través de sus docentes tan prestigiosos, para así poder consolidar mis conocimientos y poder obtener el título de Magister en Didáctica de las Ciencias: Mención Matemáticas.

AGRADECIMIENTO

A Dios y la Virgen María, por darme las fuerzas necesarias, que me permitieron alcanzar la meta tan anhelada.

A mis profesores, por instruirme en las ciencias que forjan mi profesión y quienes me brindaron sus conocimientos y experiencias, apoyándome en todo momento y sin quienes no sería posible la consecución de mis objetivos para culminar esta etapa de mi vida.

A todos los alumnos del 2º ciclo, Educación Escolar Básica del Centro Regional de Educación-Concepción “Juan E. O’Leary”, ya que sin su apoyo desinteresado no se podría realizar este trabajo de investigación.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología-CONACYT, por respaldar proyectos de investigación que permitan la mejora de los docentes en el desarrollo de su profesión y aporten a las ciencias en nuestro país.

RESUMEN

La investigación aborda el método de Pólya en el desarrollo de habilidades matemáticas de alumnos de Educación Escolar Básica (EEB), considerando problemas como bajo rendimiento académico, falta de habilidad para conectar saberes previos en la solución de diferentes planteamientos matemáticos y situaciones de la vida real, no demostrando habilidades en inventar, descubrir, plantearse preguntas, experimentar, estimar resultados o procedimientos. Se propone determinar los resultados de la aplicación del método Pólya en el desarrollo de habilidades matemáticas de alumnos del 2º ciclo de la EEB del Centro Regional de Educación-Concepción, año 2017; la hipótesis plantea que la aplicación del método Pólya sirve de apoyo para demostrar las habilidades matemáticas en la resolución de problemas de alumnos del 2º ciclo. El tipo de investigación fue de nivel descriptivo, enfoque cuantitativo, y diseño pre-experimental. La población estuvo integrada por 192 alumnos regulares del 2º ciclo, turnos mañana y tarde. Para la recolección de datos se utilizaron pruebas prácticas y la encuesta, así como pruebas escritas sobre problemas y un cuestionario de verificación de habilidades, cuyos datos fueron analizados en tablas y gráficos estadísticos. Los principales hallazgos, basados en los resultados del pre-test y pos-test, denotan mejoría después de la estrategia aplicada, el método Pólya, eso representa una diferencia no muy alta pero importante entre el antes y el después de la implementación; al propiciar la metodología, aumentó el número de alumnos que comprendieron los enunciados de problemas, y estuvo relacionado con el aumento del número de respuestas correctas, pero no indica la implementación de los cuatro pasos a seguir para la resolución. Se concluye que, en términos generales, la estrategia surtió resultados positivos, mejoró el conocimiento del proceso de solución de problemas matemáticos según el método Pólya, aunque en su aplicación la mayoría tiene dificultades, al no realizar la secuencia del método.

Palabras Clave: método Pólya, resolución de problemas, aplicación, habilidades matemáticas.

ABSTRACT

This research addresses the Polya method on developing math skills in students of Basic Education (BSE), considering problems such as poor academic performance, inability to connect previous knowledge in solving different mathematical approaches and real-life situations, not demonstrating skills in inventing, discovering, asking questions, experimenting, estimating results or procedures. It aims to determine the results of applying Polya method in the development of mathematical skills of students in the 2nd cycle of BSE Regional Education Center-Conception, 2017; the hypothesis states that the application of the Pólya method serves as a support to demonstrate the mathematical abilities in solving the problems of 2nd cycle students. The type of research was descriptive level, quantitative approach, and pre-experimental design. The population was integrated by 192 regular students of the 2nd cycle, morning and afternoon shifts. For data collection, practical tests and a survey were used, as well as written tests on problems and a skills verification questionnaire, whose data were analyzed in tables and statistical graphs. The main findings, based on the results of pre-test and post-test, show improvement after the strategy was applied, the Pólya method it's not very high but an important difference between the results before and after implementation; when propitiating the methodology, the number of students who understood the problem statements increased, and it was related to the increase in the number of correct answers, but it does not indicate the implementation of the four steps to be followed for the resolution. It is concluded that, in general terms, the strategy yielded positive results, improved the knowledge of the process of solving mathematical problems according to the Pólya method, although in its application the majority has difficulties, since they do not perform the sequence of the method.

Keywords: Pólya method, problem solving, application, math skills.

ÍNDICE

	Página
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I. PRESENTACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN	
Tema de la investigación.....	4
Título de la investigación.....	4
Planteamiento del problema.....	4
Formulación de preguntas de investigación.....	5
Pregunta principal.....	5
Preguntas específicas.....	5
Objetivos de la investigación.....	6
Objetivo general.....	6
Objetivos específicos.....	6
Justificación o relevancia del estudio.....	6
Hipótesis.....	7
CAPÍTULO II. MARCO REFERENCIAL	
Marco conceptual.....	8
Marco teórico.....	9
Marco legal.....	30
CAPÍTULO III. METODOLOGÍA	
Enfoque, diseño y alcance de la investigación.....	33
Población y muestra.....	34
Técnicas, procedimientos e instrumentos de recolección de datos.....	35
Contexto de la investigación.....	37
Matriz de definición y operacionalización de las variables.....	39
CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	
Análisis de los resultados.....	40
CAPÍTULO V. CONCLUSIÓN	
Conclusiones.....	62
Recomendaciones.....	65
REFERENCIAS O BIBLIOGRAFÍA.....	66
APÉNDICES.....	69

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Comparación entre pre test y post test. Cuarto grado.....	89
Tabla 2. Comparación entre pre test y post test. Quinto grado.....	89
Tabla 3. Comparación entre pre test y post test. Sexto grado.....	90
Tabla 4. Cuando te presentan un problema matemático, lo primero que haces es leerlo atentamente.....	90
Tabla 5. Cuando te formulan un problema matemático entiendes su enunciado con sólo leerlo la primera vez.....	90
Tabla 6. Identificas fácilmente los datos.....	91
Tabla 7. Identificas las incógnitas de un problema que debes resolver.....	91
Tabla 8. Realizas preguntas para resolver las dudas en las clases de matemáticas.....	91
Tabla 9. Crees que sabes cómo utilizar lo que aprendiste para resolver un problema matemático.....	91
Tabla 10. Sueles hacer un esquema o dibujo de la situación.....	92
Tabla 11. Cuando resuelves un problema, sueles pensar, explicándote lo que debes hacer.....	92
Tabla 12. Tratas de relacionar con una situación de la vida cotidiana.....	92
Tabla 13. Intentas llegar a la solución del problema por más de un camino.....	92
Tabla 14. Distingues el camino más simple para llegar a la solución del problema.....	93
Tabla 15. Resolver problemas, crees que te permite pensar y reflexionar.....	93
Tabla 16. Crees que resolver problema te permite usar tu creatividad e imaginación para resolverlos.....	93
Tabla 17. Miras nuevamente la solución que realizaste.....	93
Tabla 18. Para solucionar los problemas entras a debatir o consultar con tu grupo de compañeros la situación.....	94
Tabla 19. Te gusta resolver los planteamientos matemáticos.....	94
Tabla 20. Te gusta o te motiva resolver los problemitas.....	94
Tabla 21. No te agrada realizar resolución de problemas.....	94
Tabla 22. Estás calmado o tranquilo cuando resuelves problemas matemáticos	95

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Comparación entre pre test y post test. Cuarto grado.....	40
Gráfico 2. Comparación entre pre test y post test. Quinto grado.....	41
Gráfico 3. Comparación entre pre test y post test. Sexto grado.....	42
Gráfico 4. Cuando te presentan un problema matemático, lo primero que haces es leerlo atentamente.....	43
Gráfico 5. Cuando te formulan un problema matemático entiendes su enunciado con sólo leerlo la primera vez.....	44
Gráfico 6. Identificas fácilmente los datos.....	45
Gráfico 7. Identificas las incógnitas de un problema que debes resolver.....	46
Gráfico 8. Realizas preguntas para resolver las dudas en las clases de matemáticas.....	47
Gráfico 9. Crees que sabes cómo utilizar lo que aprendiste para resolver un problema matemático.....	48
Gráfico 10. Suelen hacer un esquema o dibujo de la situación.....	49
Gráfico 11. Cuando resuelves un problema, sueles pensar, explicándote lo que debes hacer.....	50
Gráfico 12. Tratas de relacionar con una situación de la vida cotidiana.....	51
Gráfico 13. Intentas llegar a la solución del problema por más de un camino.....	52
Gráfico 14. Distingues el camino más simple para llegar a la solución del problema.....	53
Gráfico 15. Resolver problemas, crees que te permite pensar y reflexionar.....	54
Gráfico 16. Crees que resolver problema te permite usar tu creatividad e imaginación para resolverlos.....	55
Gráfico 17. Miras nuevamente la solución que realizaste.....	56
Gráfico 18. Para solucionar los problemas entras a debatir o consultar con tu grupo de compañeros la situación.....	57
Gráfico 19. Te gusta resolver los planteamientos matemáticos.....	58
Gráfico 20. Estás calmado o tranquilo cuando resuelves problemas matemáticos	59
Gráfico 21. Esperas que el profesor te proporcione una idea para resolver un problema matemático que no has podido resolver.....	60

LISTA DE APÉNDICES

APÉNDICE 1. Cuestionario dirigido a los alumnos del segundo ciclo de la Educación Escolar Básica del CREC.....	69
APÉNDICE 2. Evaluación diagnóstica de Matemática – Pre Test – Cuarto Grado	71
APÉNDICE 3. Evaluación diagnóstica de Matemática – Pre Test – Quinto Grado	72
APÉNDICE 4. Evaluación diagnóstica de Matemática – Pre Test – Sexto Grado.....	73
APÉNDICE 5. Evaluación final de Matemática – Post Test – Cuarto Grado.....	74
APÉNDICE 6. Evaluación final de Matemática – Post Test – Quinto Grado.....	76
APÉNDICE 7. Evaluación final de Matemática – Post Test – Sexto Grado.....	78

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A. Validación de instrumentos por juicio de expertos.....	80
ANEXO B. Fotografías de las pruebas pre test y post test desarrollado por los alumnos	84
ANEXO C. Fotografías de los alumnos del segundo ciclo de la EEB – CREC.....	87
ANEXO D. Fotografías del libro de matemáticas de los alumnos del método de cuatro pasos – método Pólya.....	88
ANEXO E. Tablas.....	89

INTRODUCCIÓN

Esta investigación tiene como objetivo principal: Determinar los resultados del método Pólya en el desarrollo de habilidades matemáticas de alumnos del 2º ciclo del Centro Regional de Educación-Concepción. El interés de la estudiante de maestría surge de la necesidad de conocer si la metodología propuesta por George Pólya para la enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas logra desarrollar en los estudiantes habilidades matemáticas que serán útiles para aplicarlas a distintos planteamientos de la vida cotidiana.

La Educación actual propugna el desarrollo integral del estudiante y por ende el aprendizaje activo de las Matemáticas, la misma que se ha llegado a constituir en uno de los grandes logros de la inteligencia humana ya que requiere un alto nivel de abstracción por parte del estudiante y que le es potencialmente útil no sólo en el campo académico sino también en su vida cotidiana. El aprendizaje de esta área es de suma importancia; por ello, se hace necesario aplicar estrategias metodológicas que permitan presentar el área de Matemática de manera atractiva, de fácil comprensión, que sea significativa y funcional, tal como lo constituye la aplicación del método de George Pólya, con el cual se pretende destacar el talento en la resolución de problemas matemáticos de los alumnos del 4º, 5º y 6º grado de la Educación Escolar Básica (EEB) de la institución mencionada.

Se decidió investigar sobre el tema por el bajo rendimiento académico de los alumnos en las pruebas administradas por los docentes, como también por la falta de habilidades para conectar los saberes previos en la solución de los diferentes planteamientos matemáticos y situaciones de la vida real.

La hipótesis elaborada para el efecto constituye: La aplicación del método Pólya sirve de apoyo para demostrar las habilidades matemáticas en la resolución de problemas de alumnos del 2º ciclo. La metodología adoptada fue de alcance descriptivo, enfoque cuantitativo y diseño experimental, específicamente el pre-experimental.

La población constituye todos los estudiantes del 4°, 5° y 6° grado de Educación Escolar Básica del Centro Regional de Educación de Concepción, integrada por el total de 192 alumnos regulares de los turnos mañana y tarde, para obtener mejores resultados en la investigación. Se utilizaron la encuesta y las pruebas prácticas, así como un cuestionario de verificación de habilidades, pre-test y pos-test con pruebas escritas sobre solución de problemas; los datos recogidos fueron analizados en cuadros y gráficos estadísticos.

A continuación se detalla la estructura del informe final de investigación, atendiendo los delineamientos metodológicos de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas y se dan en los párrafos siguientes.

En este orden de ideas, el primer capítulo se presenta de manera general y especifica la situación objeto del estudio. Además, se plantea el problema y surgen unas interrogantes que dan origen a los objetivos que se pretenden alcanzar con este estudio, la justificación del problema o relevancia del estudio y la hipótesis.

El segundo capítulo, que corresponde al marco referencial, abarca el marco conceptual donde se recopilan todos los conceptos referentes al tema, luego se presenta el marco teórico que tiene relación con el objetivo del estudio, definiciones, diferentes metodologías de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, generalidades sobre los métodos y técnicas para el sustento de teorías entre otros temas que enriquecen la investigación; el marco legal se basa en la Constitución Nacional, mencionando el derecho a la educación y sus fines, como también el derecho de aprender y la libertad de enseñar, y la responsabilidad educativa; entre otras normas.

En el tercer capítulo se describen los aspectos referidos al diseño de la investigación que abarca la metodología de la investigación, exponiendo la hipótesis, las variables, su conceptualización y operacionalización, el lugar donde se realizó la recolección de datos, la población, la muestra, las técnicas e instrumentos utilizados para la recolección de los datos y los pasos que se siguieron para dicha recolección.

En el cuarto capítulo se realiza la presentación y análisis de los resultados, realizando la presentación estadística de los principales hallazgos.

En el quinto capítulo se presenta la conclusión sobre la investigación realizada, de acuerdo a los objetivos de investigación, así también se presentan sugerencias para la mejora en relación a la temática estudiada.

Culmina con las referencias bibliográficas, los apéndices que incluyen el cuestionario, pre-test y post-test para los alumnos del 2º. ciclo de la EEB que son alumnos del 4º, 5º y 6º grado; se presentan anexos como fotografías de los alumnos realizando la guía y las pruebas, además el método de cuatro pasos que incluye en sus libros de Matemáticas.

CAPÍTULO I. PRESENTACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Tema de la investigación

Aplicación del método Pólya en el desarrollo de habilidades de alumnos para la resolución de problemas.

Título de la investigación

Resultados del método Pólya en el desarrollo de habilidades matemáticas de alumnos del 2º ciclo del Centro Regional de Educación-Concepción.

Planteamiento del problema

La Matemática siempre ha sido un área difícil para los alumnos y su proceso de enseñanza-aprendizaje en la Educación Escolar Básica (EEB) constituye un gran desafío educativo, el cual requiere una buena sintonía entre el docente, el estudiante y el contexto para que la metodología funcione y el aprendizaje ocurra de manera fácil, atractiva y creativa.

Diferentes informes internacionales sobre Educación Matemática, como los informes PISA (Program for International Student Assessment, Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes) de los años 2003, 2006, 2009 y 2012 y el informe TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study, Tendencias en Matemáticas y Ciencias) del año 2011, muestran los pobres resultados obtenidos en Matemáticas y, específicamente, en la resolución de problemas. Ello, ha sido un motivo para poner de manifiesto la importancia de la resolución de problemas matemáticos en la enseñanza obligatoria. Estos resultados confirman la idea de Castro (2008) y Santos (2008) quienes insisten en que los intentos realizados para enseñar a los alumnos, de primaria y secundaria, estrategias generales de resolución de problemas no han tenido éxito.

En Paraguay, una de las principales competencias a ser desarrolladas en el 2º ciclo de la EEB que se plantea en el diseño curricular del Ministerio de Educación y Ciencias (MEC), es “crear y resolver situaciones problemáticas”, en la que se propone la

metodología de George Pólya, enfocado a la solución de problemas matemáticos a través de una serie de pasos que lleva a la respuesta: Entender el problema, diseñar un plan, ejecutar el plan y examinar la solución.

En el Centro Regional de Educación de la ciudad de Concepción, se puede evidenciar dificultades en el desarrollo de la capacidad mencionada, a través del bajo rendimiento académico de los alumnos en las pruebas administradas por el docente como también por la falta de habilidad para conectar los saberes previos en la solución de los diferentes planteamientos matemáticos y situaciones de la vida real.

Las dificultades se detectan igualmente durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, puesto que el estudiante no demuestra la habilidad en inventar, descubrir, plantearse las preguntas, experimentar, estimar resultados, procedimientos, entre otros.

En consecuencia, la asignatura Matemática es vista como algo abstracto y frío, causante de los bajos niveles motivacionales y afectivos de los estudiantes hacia la misma, resultando más fácil acudir al aprendizaje memorístico o por repetición o simplemente dejar de resolver los problemas, obstaculizando el desarrollo de estrategias generales y específicas en la resolución de problemas, arrastrando esas dificultades en los grados posteriores.

Formulación de preguntas de la investigación

Pregunta principal.

¿Cuáles son los resultados del método Pólya en el desarrollo de habilidades matemáticas de alumnos del 2º ciclo del Centro Regional de Educación-Concepción?

Preguntas específicas.

¿Cuáles son las habilidades matemáticas que demuestran los alumnos del 2º ciclo EEB en la resolución de problemas, antes y después de la aplicación del método Pólya?

¿Cuáles son las habilidades aptitudinales, procedimentales y actitudinales de los alumnos del 2º ciclo EEB desarrollados durante el proceso de aplicación del método Pólya?

Objetivos de la investigación

Objetivo general

Determinar los resultados del método Pólya en el desarrollo de habilidades matemáticas de alumnos del 2º ciclo del Centro Regional de Educación-Concepción.

Objetivos específicos.

Identificar las habilidades matemáticas que demuestran los alumnos del 2º ciclo EEB en la resolución de problemas, antes y después de la aplicación del método Pólya.

Describir las habilidades aptitudinales, procedimentales y actitudinales de los alumnos del 2º ciclo EEB desarrollados durante el proceso de aplicación del método Pólya.

Justificación o relevancia del estudio

La investigación propuesta cobra importancia puesto que el método de Pólya es una metodología considerada conveniente y útil para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, además a George Pólya se debe la incorporación de los procesos heurísticos y el monitoreo y control como ingredientes fundamentales en la resolución de problemas y, por tanto, en la Educación Matemática, se menciona además que podría aportar al estudiante habilidades y estrategias que coadyuven en la construcción de nuevos conocimientos aplicables a la vida cotidiana.

La Matemática en su esencia abstracta desempeña un papel instrumental y formativo, según la fundamentación del programa de estudio de la Educación Escolar Básica.

Enseñar Matemática a través de la resolución de problemas es actualmente el método utilizado y propicio para poner en práctica el principio general de aprendizaje activo y significativo, teniendo en cuenta que con ella se busca transmitir en lo posible una manera metódica, los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas.

Se espera que con la investigación propuesta se logre determinar si los resultados del método de Pólya exponen habilidades matemáticas de alumnos del 2º ciclo del Centro Regional de Educación-Concepción; que comprende el 4º, 5º y 6º grado de la Educación

Escolar Básica, además de la utilización correcta de los cuatro pasos para para la resolución de los problemas y que permitan realizar sugerencias en torno a la enseñanza para el mejor rendimiento académico considerando que con la resolución de problemas se desarrollan en los estudiantes otras habilidades como leer, comprender, analizar, escribir, razonar, argumentar, modelar y resolver problemas que posteriormente les permitirán utilizar, en situaciones reales que aprendieron durante su proceso de escolarización. Se considera relevante puesto que puede contribuir a que los estudiantes del 2º ciclo de EEB del Centro Regional de Educación de Concepción adquieran una evolución de entendimiento y comprensión con un manejo más sólido y permanente de las estrategias y recursos para resolver problemas, visibles en la vida cotidiana.

Hipótesis

Con los antecedentes analizados y la propuesta de estudio se genera la siguiente hipótesis:

(Hi): La aplicación del método Pólya sirve de apoyo para demostrar las habilidades matemáticas en la resolución de problemas de alumnos del 2º ciclo de EEB.

La hipótesis de investigación (Hi) se desdobra en las variables dadas a continuación:

- Variable independiente: Aplicación del método Pólya.
- Variable dependiente: Habilidades matemáticas en la resolución de problemas.

Más adelante, en la página 39, se presenta la matriz de definición conceptual y operacional de las variables seleccionadas para este estudio.

CAPÍTULO II. MARCO REFERENCIAL

En este apartado se consideran conceptos, teorías y aspectos legales que guardan relación con la temática de estudio. Como referencia se tiene en cuenta los aportes de investigadores de otros países, entre ellos se menciona el trabajo realizado en el año 2012 en la Universidad Simón Bolívar por Mónica Mercedes Boscán Mieleles titulado “Metodología basada en el método heurístico de Pólya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos”, además, las bases teóricas del libro: “La Resolución de Problemas de Matemáticas en la Formación Inicial de Profesores de Primaria”, de la autoría de Lorenzo J. Blanco Nieto, Janeth A. Cárdenas Lizarazo y Ana Caballero Carrasco de la Universidad de Extremadura, entre otros autores que se presentan en el trabajo.

Marco conceptual

Método Pólya. Sistema de enseñanza de resolución de problemas matemáticos enfatizada en el proceso de descubrimiento para llegar a la solución del enunciado, mediante cuatro pasos: entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás.

Resolución de problemas. Procesos que permite realizar diferentes estrategias y metodologías para lograr las dificultades planteadas.

Problema matemático. Situación en la que hay un objeto por conseguir, superando una serie de obstáculos, siempre que el sujeto que afronte la situación no conozca procedimientos o algoritmos que le permitan alcanzar el objetivo.

Habilidades. Destrezas o talentos de los estudiantes para llevar a cabo exitosamente alguna actividad, trabajo o tarea propuesta o asignada.

Aprendizaje. Es un proceso de construcción de conocimientos elaborado por los estudiantes en interacción con la realidad, con apoyo de mediadores, que se evidencia

cuando dichas elaboraciones les permiten enriquecer y transformar sus esquemas anteriores.

Procesos cognitivos básicos. Se refieren a todas aquellas operaciones y procesos involucrados en el procesamiento de la información, como atención, sensación, percepción, codificación, etc.

Base de conocimientos. Se refiere al bagaje de hechos, conceptos y principios que se posee, el cual está organizado en forma de un reticulado jerárquico (constituido por esquemas). Brown (1975, en Díaz Barriga y Hernández Rojas, 1999) ha denominado saber a este tipo de conocimiento; también usualmente se denomina "conocimientos previos".

Conocimiento meta cognitivo. Se refiere al conocimiento que se posee sobre qué y cómo se sabe, así como al conocimiento que se tiene sobre los procesos y operaciones cognitivas cuando se aprende. Se recuerda o soluciona problemas. Brown lo describe con la expresión conocimiento sobre el conocimiento.

Marco teórico

Habilidades matemáticas. El resolver problemas, Trillas (1965), dice que es una cuestión de habilidad práctica, como por ejemplo nadar. La habilidad práctica se requiere mediante la imitación y la práctica.

Schoenfeld (1985), hace mucho énfasis en los conocimientos previos que tienen tanto estudiantes como docentes, como el manejo de operaciones básicas, fórmulas, conceptos y en general, todo lo que se requiere saber para definir la solución de problemas; pero también expresa que además de conocer estos elementos hay que saber cómo usarlos y tener la habilidad para ello.

George Pólya, destaca la importancia de que el estudiante o quien esté resolviendo el problema tenga una habilidad para monitorear y evaluar el proceso. En cuanto a eso, Schoenfeld señala que es, también, conocimiento de sí mismo: la persona que está

resolviendo el problema debe saber qué es capaz de hacer, con qué cuenta, y cómo reaccionar ante situaciones de dificultad.

En base a las lecturas realizadas, Santos (1997), escribía en su libro “Principios y métodos de la Resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas-Cap. 6” que:

Un aspecto esencial en el entendimiento de como el individuo resuelve problemas ha sido el: observar, codificar y analizar los procesos utilizados por los expertos de determinada área al resolver problemas. Observar a los estudiantes en acción, resolviendo problemas también ha ayudado a caracterizar algunos factores que aparecen cuando realizan esta actividad. (p. 57)

Con la estrategia de resolución de problemas, el estudiante desarrolla ciertas habilidades que le permiten desenvolverse en otras áreas y espacios, ejecutando las acciones aprendidas en diferentes escenarios. Cabe señalar que el Diseño Curricular del MEC plantea capacidades que les permita: razonar, cuestionarse, establecer relaciones, analogías, generalizar, sintetizar y reflexionar sobre situaciones reales de la vida en las que requieran de la aplicación de los conceptos matemáticos aprendidos.

Las habilidades matemáticas, se definen, según, García y col. (2010, en Morales, Bravo y Cañedos, 2013) como:

la construcción, por el alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, utilizar estrategias de trabajo, realizar razonamientos, juicios que son necesarios para resolver problemas matemáticos (p. 85)

Santos (1997) afirma que los profesores constituyen los agentes importantes en la aplicación de diversas actividades de aprendizaje.

Por su parte, Pólya (1945), resalta diez mandamientos para los profesores de matemáticas, los cuales se transcriben a continuación:

1. Demuestre interés por su materia.

2. Domine su materia.
3. Sea instruido en las vías del conocimiento: el mejor medio para aprender algo es descubrirlo por sí mismo.
4. Trate de leer en el rostro de sus estudiantes, intente adivinar sus esperanzas y sus dificultades; póngase en su lugar.
5. No les dé únicamente "saber", sino "saber hacer", actitudes intelectuales, el hábito de un trabajo metódico.
6. Enséñeles a conjeturar.
7. Enséñeles a demostrar.
8. En el problema que esté tratando, distinga lo que puede servir más tarde al resolver otros problemas.
9. No revele de pronto toda la solución; deje que los estudiantes hagan suposiciones, déjeles descubrir por sí mismos siempre que sea posible.
10. No inculque por la fuerza, sugiera.

Enseñanza-aprendizaje para el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas en Matemática.

La Matemática es una materia que generalmente despierta sentimientos encontrados, hay quienes la aprecian, así como aquellos quienes después de haber terminado un año lectivo no quieren saber nada de ella; esto se debe principalmente por las experiencias o habilidades que haya tenido cada individuo. De ahí que las estrategias de aprendizaje utilizadas adquieran tanta importancia durante el proceso de enseñanza. Con respecto a esto el Ministerio de Educación plantea que las actividades y situaciones que se diseñen, tienen que enfocarse hacia la comprensión, asimilación e interiorización de conceptos de la matemática, a partir de la manipulación que los estudiantes hagan de los materiales o recursos didácticos.

Es fundamental para la enseñanza significativa de la matemática buscar el modo de conexión entre el aprendizaje nuevo con los conocimientos que ya posee y facilitar de esta manera la comprensión del nuevo aprendizaje. El docente no puede desechar los conocimientos previos de sus estudiantes como si fueran inútiles; por el contrario, debe destacarlos y aprovecharlos para fomentar la confianza en sí mismos al reconocer que la información que traen consigo es importante para el proceso de enseñanza.

Pero eso no siempre sucede, por lo que Beyer (2000), señala:

Esencialmente, la actividad alrededor de los objetivos del currículum de la primera etapa de la Escuela Básica gira en torno a ejercicios de rutina, los cuales no tienen las verdaderas características de problemas; y, en el mejor de los casos, cuando un docente considera “un verdadero problema”, el trabajo que él realiza, las más de las veces sigue mediatizado por el estilo expositivo tradicional y como consecuencia de ello, la actividad pierde su esencia (p. 27).

Para que los estudiantes se enfrenten a un problema de manera creativa y ser ellos quienes propongan la mejor forma de solución, es necesario que estén en contacto con el material necesario que les permita apoyar su pensamiento. Además, es fundamental que utilicen el conocimiento que poseen para generar uno nuevo, que les permita comprender la información relevante para resolver el problema.

El docente y la resolución de problemas matemáticos.

La actividad central del docente en la enseñanza de las matemáticas y por ende la resolución de problemas, va mucho más allá de la transmisión de conocimientos, definiciones y algoritmos matemáticos.

Busca o diseña problemas matemáticos adecuados para propiciar el aprendizaje de los distintos contenidos.

Elige actividades para favorecer que los estudiantes pongan en juego los conocimientos matemáticos que poseen, graduándolas de acuerdo con su nivel.

Propone situaciones que contradigan las hipótesis de los estudiantes, favoreciendo la reflexión sobre los problemas y la búsqueda de nuevas explicaciones o procedimientos que los aproximen hacia la formalización de los conocimientos matemáticos.

Promueve y coordina la discusión sobre las ideas que tienen los estudiantes acerca de las situaciones que se plantean, mediante preguntas que les permitan conocer el porqué de sus respuestas.

El maestro debe tomar en cuenta que su papel no se limita a ser un facilitador de la actividad de los estudiantes. Respetando su actividad y creatividad, debe intervenir con sus orientaciones, explicaciones y ejemplos ilustrativos cuando así lo requiera el avance del grupo. Aquí es en donde se localiza uno de los momentos más difíciles de su quehacer profesional ya que, con base en su experiencia, debe seleccionar el momento oportuno de su intervención de tal manera que no sustituya el trabajo de los estudiantes (Bonilla Rius, E. & otros, 2002).

Conceptualización de qué es un problema.

Con respecto al término “problema”, a través del tiempo se ha propuesto una serie de conceptualizaciones. La autora del presente trabajo coinciden con la dada por Parra (1990, p. 14) en la que establece que:

Un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea (o que se plantea él mismo) dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera inmediata.

Para Schoenfeld (1985) la dificultad de definir el término “problema” radica en que es relativo: un problema no es inherente a una tarea matemática, más bien es una relación particular entre el individuo y la tarea. En este sentido, Charnay (1994) dice que un problema puede verse como una terna situación-alumno-entorno; es decir, el problema se da solo si el alumno percibe una dificultad.

Ciertamente, lo que es un problema para un individuo puede no serlo para otro, sea porque está totalmente fuera de su alcance o porque para el nivel de conocimientos del individuo, el problema ha dejado de serlo (Parra, 1990, p. 14). En 1962, en su libro *Mathematical Discovery*, Pólya define un problema como aquella situación que requiere la búsqueda consciente de una acción apropiada para el logro de un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata.

En los ejercicios se puede decidir con rapidez si se saben resolver o no; se trata de aplicar un algoritmo, que pueden conocer o ignorar, y una vez localizado, se aplica y basta. Lo anterior, no se constituye un problema propiamente dicho y es por ello, que

para Larios (2000), un problema es una situación (real o hipotética) que resulta plausible al alumno desde su punto de vista experiencial y que involucra conceptos, objetos u operaciones matemáticas, mientras que un ejercicio se refiere a operaciones con símbolos matemáticos únicamente (sumas, multiplicaciones, resolución de ecuaciones, etcétera). En síntesis, un ejercicio se resuelve a través de procedimientos rutinarios que conducen a la respuesta, el problema exige el desarrollo de una estrategia para resolver la incógnita.

En los problemas no es evidente el camino a seguir; incluso puede haber varios. Por tanto, un “problema” es una cuestión a la que no es posible contestar por aplicación directa de ningún resultado conocido con anterioridad, sino que para resolverla es preciso poner en juego conocimientos diversos y buscar relaciones nuevas entre ellos.

La autora de la investigación coincide con Pólya (1980): “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados” (Parra, 1990, p. 15): “La resolución de problemas se refiere a la coordinación de experiencias previas, conocimiento e intuición, en un esfuerzo para encontrar una solución que no se conoce”.

En apoyo a estas ideas, De Guzmán (2007), sostiene que la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas tiene la intención de transmitir, de una manera sistemática, los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas. Tal experiencia debe permitir al estudiante activar su capacidad mental, ejercitar su creatividad y reflexionar sobre su propio aprendizaje (metacognición) al tiempo que se prepara para otros problemas, con lo que adquiere confianza en sí mismo.

Pólya, a través del libro “Cómo plantear y resolver problemas”, introduce el término “heurística” para describir el arte de la resolución de problemas. La heurística trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso (Pólya, 1965, p. 102). Agrega que la heurística tiende a la generalidad, al estudio de los métodos, independientemente de la cuestión tratada y se aplica a problemas de todo tipo.

Según Pólya (1965, p. 19), para resolver un problema se necesita: Comprender el problema: ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos y las condiciones? Concebir un plan: ¿conoce un problema relacionado con éste?, ¿conoce algún teorema que le pueda ser útil?, ¿podría enunciar el problema de otra forma?, ¿ha empleado todos los datos? Ejecución del plan: comprobar cada uno de los pasos, ¿puede usted ver que el paso es correcto? Visión retrospectiva: verificar el resultado.

Por otra parte, Schoenfeld (citado en Barrantes 2006 y Vilanova et al, 2001), además de las heurísticas, propone tomar en cuenta otros factores tales como: Recursos: son los conocimientos previos que posee la persona, se refiere, entre otros, a conceptos, fórmulas, algoritmos, y en general todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentar un problema. Control: que el alumno controle su proceso entendiendo de qué trata el problema, considere varias formas de solución, seleccione una específica, monitoree su proceso para verificar su utilidad y revise que sea la estrategia adecuada. E introduce el Sistema de creencias, por considerar que van a afectar la forma en la que el alumno se enfrenta a un problema matemático.

Por su parte, tanto Pólya como Parra conciben cuatro etapas en el proceso de resolución de problemas. Para George Pólya (1965), la resolución de un problema consiste, a grandes rasgos, en cuatro fases bien definidas:

La primera fase consiste en la comprensión del problema, es la fase del cuestionamiento y de la identificación de datos e incógnitas. Entender el problema, según Pólya, es apropiárselo; concretarlo en tan pocas palabras que pueda ser reformulado de manera distinta sin modificar la idea. Por supuesto, para lograrlo es necesario aprehender su enunciado verbal.

La segunda fase consiste en la concepción de un plan, en esta fase el docente debe guiar al estudiante para la concepción de un plan, pero sin imponérselo. Al ya tener concebido un plan se prosigue con la ejecución del mismo, ésta es la tercera fase propuesta por Pólya, que corresponde a la elaboración del proceso creativo; es importante que se vaya verificando cada paso que se ejecute del plan, examinar a cabalidad que cada pieza encaje perfectamente; la veracidad de todo razonamiento; la claridad de toda operación.

Por último, la cuarta fase, es una visión retrospectiva en donde se tiene que reconsiderar la solución, así como el procedimiento que llevó a ésta; esta fase ayuda a que el estudiante consolide sus conocimientos y desarrolle sus aptitudes para resolver problemas. Es importante que el docente vaya guiando al estudiante a lo largo de este proceso para que después éste lo pueda reproducir sin su compañía.

Además, Parra (1990, p. 15), considera que, al resolver un problema, el sujeto, sigue lo siguiente: formula el problema en sus términos propios; experimenta, observa, tantea; conjetura y valida.

Tipos de conocimiento involucrados en la resolución de problemas.

Diversos investigadores han estudiado los tipos de conocimiento involucrados en la resolución de problemas, encontrándose que los resultados apoyan la noción de que la eficiencia en la resolución de problemas está relacionada con el conocimiento específico del área en cuestión (Mayer, 1992; Sternberg, 1987). En este sentido, estos autores coinciden en señalar que entre los tipos de conocimiento necesarios para resolver problemas se incluyen el conocimiento declarativo, el conocimiento procedimental y el conocimiento condicional.

Aunque no es finalidad de esta investigación hacer una revisión amplia de lo que son el conocimiento declarativo y el procedimental, conviene especificar brevemente que Monereo, Castelló, Clariana, Palma y Pérez (1998, p. 25), refieren que el conocimiento es declarativo “por cuanto puede comunicarse o declararse a través del lenguaje verbal”.

Siguiendo a Monereo et al. (1998, p. 20), un procedimiento es algorítmico cuando la sucesión de acciones que hay que realizar se halla completamente prefijada y su correcta ejecución lleva a una solución segura del problema o de la tarea (por ejemplo, calcular una raíz).

Los procedimientos algorítmicos y los procedimientos heurísticos pueden ser considerados como extremos de un continuo en el que es posible situar diferentes tipos de procedimientos según su proximidad o lejanía respecto a cada uno de ellos. No obstante, el no disponerse de un sistema de respuestas totalmente constituido se requiere del análisis de la información presentada y de un uso creativo y pertinente del conocimiento declarativo y procedimental. Y va más allá, es un proceso que permite al

estudiante la generación de un tercer tipo de conocimiento, denominado condicional. El nombre de condicional intenta reflejar la actuación mental que subyace en la toma de decisiones sobre las acciones a realizar: “en estas condiciones, lo mejor es pensar o actuar así para lograr ese objetivo” (Monereo, et al., 1998, p. 27).

En otras palabras, el estudiante que llega a generar el conocimiento condicional que se requiere para poder enfrentar con éxito la resolución de problemas, en este caso de problemas matemáticos, ha desarrollado estrategias de aprendizaje que, en términos de Monereo et al. (1998, p. 27), son definidas como “procesos de toma de decisiones (conscientes e intencionales) en los cuales el alumno elige y recupera, de manera coordinada, los conocimientos que necesita para cumplir una determinada demanda u objetivo, dependiendo de las características de la situación educativa en que se produce la acción”.

En la literatura existente acerca de la resolución de problemas matemáticos, pueden encontrarse múltiples análisis acerca de qué supone la realización de esta tarea en términos de actividad cognitiva y algunas propuestas de sistematización, hasta donde ésta es posible, de la tarea de resolver problemas. Entre otras, son ampliamente conocidas las aportaciones de Pólya (1957), De la Vega (1984), Gagné (1991), Schoenfeld (en Santos, 1992), Parra (1990), y tienen algunos elementos de coincidencia, aunque diferente designación de las etapas o acciones clave que se dan cuando una persona pretende resolver un problema.

¿Cómo puede orientarse entonces la enseñanza de la resolución de problemas?

Según Alonso, González y Sáenz (1988), la resolución de problemas no puede considerarse como una tendencia totalmente nueva en la enseñanza de la matemática, pues ya desde la antigüedad los científicos se habían dado a la tarea de estudiar las variables relativas al proceso de resolución. Sin embargo, señala este autor que, a pesar de que las variables de proceso fueron consideradas ya desde el primer cuarto del siglo pasado como un campo relevante de la investigación sobre resolución de problemas, hay prácticamente unanimidad al afirmar que la verdadera investigación sobre las variables de proceso se inicia a partir de los escritos de Pólya, sobre todo con la aparición en 1945 de su libro *How to solve it*.

Lo que realmente aporta Pólya es un modelo. Señala Alonso et al. (1988, p. 251) que la investigación precedente se focalizaba en ciertos aspectos materiales y concretos del enunciado, o en las habilidades específicas de los buenos o malos resolutores. Sin embargo, la complejidad del proceso de solución de problemas requería procedimientos que permitieran el seguimiento y valoración de las distintas fases implicadas y, consecuentemente, de las habilidades o competencias requeridas, y que la heurística multifase de Pólya resuelve esta necesidad.

Atendiendo a lo expuesto en los párrafos anteriores, a la pregunta ¿cómo puede orientarse la enseñanza de la resolución de problemas?, Alonso et al. (1988, pp. 251-252) responden: “La heurística multifase de Pólya ofrece un modelo formal tanto para quien resuelve problemas como para quien enseña a resolverlos”.

En consecuencia, este estudio retoma el modelo de heurísticas de Pólya sobre la resolución de problemas; en tal sentido, recupera las cuatro fases contempladas en el método probado por este autor a saber: comprensión del problema, concebir un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva.

Además de lo propuesto por Pólya, según Pozo y Postigo (1994), para completar las distintas fases o pasos en la solución de un problema, los alumnos necesitarían adquirir procedimientos de: -Adquisición de la información- Interpretación de la información - Análisis de la información y realización de inferencias- comprensión y organización conceptual de la información y - Comunicación de la información.

Es así, como los pasos y procedimientos descritos en los párrafos anteriores, las acciones y el ambiente que el maestro logre crear dentro de su clase, darán significado a la práctica de resolución de problemas. Según Parra (1990, p. 19) las acciones del maestro deberían encaminarse en primer lugar, a asegurarse de que el problema ha sido comprendido por los alumnos antes de que éstos procedan a la resolución, discutiendo las palabras del texto que eventualmente causen dificultades; luego, durante la resolución, observar el trabajo de los alumnos e interrogarlos para identificar las dificultades que enfrentan, animarlos a desarrollar una o varias estrategias y, si es necesario, hacerles alguna sugerencia.

Estudios como los de Valle, Juárez y Guzmán (2007), utilizaron estrategias para resolución de problemas en la olimpiada mexicana de matemáticas con jóvenes entre 14 y 17 años. También tuvieron esos enfoque de estrategias en la resolución de problemas, Rizo y Campistrous (1999), quienes realizaron un estudio de caso con el objetivo de “aislar” las estrategias que utilizan los alumnos al momento de resolver problemas matemáticos y clasificaron el uso de las mismas en dos maneras: reflexivas e irreflexivas.

El método.

Diferentes autores han convergido en una discusión y asimismo hubo coincidencias al momento de brindar una definición más exacta acerca de método, por lo que a continuación se detalla las impresiones de algunos autores:

La forma, manera, modo, estrategia de cómo realizar un trabajo investigativo para llegar a la consecución de sus objetivos (Jarrín, 2004).

Es el procedimiento o conjunto de procedimientos que se utilizan para obtener conocimientos científicos, el modelo de trabajo o secuencia lógica que orienta la investigación científica (Sabino, 1992).

La expresión método científico se utiliza con diferentes significados y, a menudo, se abusa de ella para justificar una determinada posición personal o social con relativo desconocimiento de la complejidad del concepto. Como su propio nombre indica representa la metodología que define y diferencia el conocimiento de la ciencia de otros tipos de conocimientos (Molina, 2009).

La expresión metodología, tiene que ver con la palabra método, que quiere decir el procedimiento que siguen las ciencias para hallar la verdad y enseñarla; identificándose con el arte o la ciencia del descubrimiento. Cuando aparece como adjetivo, se refiere a cosas más concretas como estrategias heurísticas, reglas heurísticas o incluso a silogismos o conclusiones heurísticas. Claro está que estos dos usos están íntimamente relacionados ya que la heurística usualmente propone estrategias heurísticas que guían el descubrimiento.

Mayer (1983), considera la heurística como simples estrategias basadas sobre la experiencia y la práctica para resolver problemas. Es la inventiva. Todos cuentan con un repertorio de estrategias basadas en trozos de conocimiento que se recoge, reglas que se aprendió o hipótesis que han surtido efecto en el pasado. La heurística, como método de cognición, consiste en un conjunto de caminos, formas, modos, medios, procedimientos, técnicas y maneras para llegar al descubrimiento y la invención. Se ocupa, por lo tanto, de la resolución de problemas, es decir, de esas etapas que se presentan naturalmente con frecuencia y que tienen alguna probabilidad de conducir a la solución. Sin embargo, la perspectiva de enseñar a pensar, las ideas más simples de la heurística serían las más importantes para el profesor, el mismo que podría de esta manera desarrollar el pensamiento.

La enseñanza de las Matemáticas desde la perspectiva constructivista.

El constructivismo intenta explicar cómo el ser humano es capaz de construir conocimientos desde los recursos de la experiencia y la información que recibe (Chadwick, 2001) y el constructivismo acerca de un modelo que sostiene:

El individuo no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano (Camejo, 2006, p. 3).

Las distintas corrientes existentes dentro de este paradigma, coinciden en el postulado central que destaca la importancia de los conocimientos previos, como base para el nuevo conocimiento y, por tanto, para el aprendizaje. En esa misma línea, Driver afirma que “lo que hay en el cerebro del que va a aprender tiene importancia” (Driver, 1986), con lo que sugiere que los sujetos construyen representaciones del saber y las utilizan para interpretar las experiencias nuevas.

En cuanto a las estrategias para activar (o generar) conocimientos previos y para establecer expectativas adecuadas en los alumnos, Díaz y Hernández (1999), expresan que:

Son aquellas estrategias dirigidas a activar los conocimientos previos de los alumnos o incluso a generarlos cuando no existan (...). La activación del conocimiento previo puede servir al profesor en un doble sentido: para conocer lo que saben sus alumnos y para utilizar tal conocimiento como base para promover nuevos aprendizajes (p.5).

Estos postulados constructivistas son aplicables a cualquier área del saber y la matemática es una de ellas. En el caso de las matemáticas una experiencia que favorece la construcción de conocimientos a partir de procesos de abstracción reflexiva es la resolución de problemas. De hecho, son estas situaciones problemáticas las que introducen un desequilibrio en las estructuras mentales del estudiante, que en su afán de equilibrarlas (un acomodamiento) se produce la construcción del conocimiento.

El método de George Pólya como alternativa de solución.

La obra de George Pólya es bien conocida por todos los matemáticos, ya sean investigadores o profesores que se limiten a su labor docente. Es uno de los nombres míticos en la historia moderna de las matemáticas y su enseñanza, sobre todo, a través de los problemas.

Creado por George Pólya, este plan consiste en un conjunto de cuatro pasos y preguntas que orientan la búsqueda y la exploración de las alternativas de solución que puede tener un problema. Es decir, el plan muestra cómo atacar un problema de manera eficaz y cómo ir aprendiendo con la experiencia.

La finalidad del método es que la persona examine y remodele sus propios métodos de pensamiento, de forma sistemática, eliminando obstáculos y llegando a establecer hábitos mentales eficaces; lo que Pólya denominó pensamiento productivo.

La aplicación de este método permite la comprensión de situaciones matemáticas, en cuatro pasos fundamentales, los mismos que conducen a la solución de dichos problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso. (Pólya, 1989, p. 102).

El método Pólya está constituido por estrategias generales de resolución y reglas de decisión utilizadas para la solución de problemas, basadas en la experiencia previa con

problemas similares. Estas estrategias indican las vías o posibles enfoques a seguir para alcanzar una solución.

Este método está enfocado a la solución de problemas matemáticos, por ello parece importante señalar alguna distinción entre "ejercicio" y "problema". Para resolver un ejercicio, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta. Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio. Sin embargo, es prudente aclarar que esta distinción no es absoluta; depende en gran medida del estadio mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución (Pólya, 1989).

Para enseñar la resolución de problemas matemáticos existen diversos métodos heurísticos, básicamente el Ministerio de Educación y Ciencias del Paraguay, en sus programas de estudio del cuarto, quinto y sexto grado, enfoca su propuesta en el Método de cuatro pasos, sugerido por Pólya.

Para poder adentrarse a investigar el aporte tan significativo de este matemático que con su metodología ha contribuido no solo a la solución de problemas matemáticos sino a problemas de la vida cotidiana es igualmente necesario conocerlo.

George Pólya.

Se resume su biografía, publicada por Ediciones Trillas en 1965. George Pólya fue un matemático que nació en Budapest, Hungría el 13 de diciembre de 1887 y falleció en Palo Alto, EUA, el 07 de diciembre de 1985. Trabajó en una gran variedad de temas matemáticos, incluidas Las series, La teoría de números, Geometría, Álgebra, Análisis Matemático, la combinatoria y la probabilidad.

Sus aportaciones incluyen más de 250 documentos matemáticos y tres libros que promueven un acercamiento al conocimiento y desarrollo de estrategias en la solución de problemas.

El método de Cuatro Pasos de Pólya.

Este método está enfocado a la solución de problemas matemáticos, llamado también Plan Pólya. La realización de ejercicios aporta en el proceso de aprendizaje del estudiante, permite construir conceptos, trabajar la creatividad y despertar el interés en el niño por generar las estrategias de solución.

A continuación, se presenta un breve resumen de los 4 pasos propuestos por Pólya extraído de su libro "Cómo Plantear y Resolver Problemas". En cada paso se debe plantear una serie de actividades, las cuales se presentan a continuación:

Paso 1. Entender el problema.

El inicio de la actividad matemática requiere la formulación de preguntas en tono personalizado: ¿Entiendes todo lo que dice? • ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras? • ¿Distingues cuáles son los datos? • ¿Sabes a qué quieres llegar? • ¿Hay suficiente información? • ¿Hay información extraña? • ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

Paso 2. Configurar un plan.

Este paso hace que se realice la siguiente pregunta: ¿Puedes usar alguna de las siguientes estrategias? (Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final).

1. Ensayo y Error (Conjeturar y probar la conjetura).
2. Usar una variable
3. Buscar un Patrón
4. Hacer una lista
5. Resolver un problema similar más simple
6. Hacer una figura
7. Hacer un diagrama
8. Usar razonamiento directo
9. Usar razonamiento indirecto
10. Usar las propiedades de los números
11. Resolver un problema equivalente
12. Trabajar hacia atrás
13. Usar casos
14. Resolver una ecuación

15. Buscar una fórmula
16. Hacer una simulación
17. Usar un modelo
18. Usar análisis dimensional
19. Identificar sub-metas
20. Usar coordenadas
21. Usar simetría

Paso 3. Ejecutar el plan.

Consiste en implementar estrategias que se escogen hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción sugiera tomar un nuevo curso.

- Concederse un tiempo razonable para resolver el problema. Si no se tiene éxito, se solicita una sugerencia o se hace el problema a un lado por un momento (¡puede que "se prenda el foco" cuando menos se espere!).
- No tener miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.

Paso 4. Mirar hacia atrás.

Este último paso conlleva la formulación de las siguientes interrogantes:

- ¿Es la solución correcta? ¿La respuesta satisface lo establecido en el problema?
- ¿Se advierte una solución más sencilla?
- ¿Se puede ver cómo extender la solución a un caso general?

Resolución de problemas.

Juan García (2002), dice que si existe un problema siempre se quiere conseguir algo y no se sabe cómo hacerlo, es decir, los métodos que se tienen al alcance no sirven. Dicho de otro modo, se tiene una meta menos clara y no existe un camino inmediato y directo para alcanzarlo; por lo que uno se ve obligado a elegir una vía indirecta, a hacer un rodeo.

De acuerdo con Buschiazzo y otros (1997, p. 58) desde el punto de vista matemático, “el problema implica una dificultad, ya que se plantea una situación nueva que se debe

dilucidar por medio del razonamiento. La superación de esta dificultad que se habrá de alcanzar a través de algún camino constituye la resolución del problema”.

Un problema no se debe responder de manera inmediata, lo cual no quiere decir que la situación planteada debe estar más allá de lo que podría resolver el estudiante de acuerdo a su etapa de desarrollo cognitivo; sino que la situación que se le presenta no es idéntica a alguna que haya resuelto anteriormente por lo que amerita un esfuerzo mayor para comprenderla.

Según Pozo (1995) un problema es:

Una situación nueva o sorprendente, a ser posible interesante o inquietante, en la que se conocen el punto de partida y donde se quiere llegar, pero no los procesos mediante los cuales se puede llegar. Es, por tanto, una situación abierta que admite varias vías de solución (p. 17).

En estas opiniones, se notan diversos elementos comunes que hacen la esencia de lo que es un problema, son algunos de los elementos que caracterizan un obstáculo, dificultad, reto; razonamiento, pensamiento reflexivo; desconocimiento de la solución por parte del estudiante y el que ésta no dependa de disponer de un algoritmo que las genere inmediatamente problema.

En consecuencia, un problema es una situación que no se ajusta a los conocimientos y crea una tensión de ansiedad, que intelectualmente está suficientemente cerca para despertar el interés.

Para desarrollar este apartado es importante primeramente definir el vocablo “Problema”; que según el diccionario de la RAE (2014), señala cinco acepciones:

1. Cuestión que se trata de aclarar.
2. Proposición o dificultad de solución dudosa.
3. Conjunto de hechos o circunstancias que dificultan la consecución de algún fin.
4. Disgusto, preocupación.
5. Planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos.

Realizando un análisis de la terminología “problema” se concluye que se refiere a alguna actividad o tarea que requiera de una solución aplicando conocimientos adquiridos previamente.

Castro (2008), escribía que la resolución de problemas de matemáticas ha sido considerada en los últimos 30 años como una actividad importante en el aprendizaje de las matemáticas, incrementando su presencia en los currículos, sugiriéndose que sea uno de los ejes principales de la actividad matemática y el soporte principal del aprendizaje matemático.

En concordancia con esa idea, debe considerarse a la “Resolución de Problemas” como eje vertebrador del contenido matemático, ya que pone de manifiesto la capacidad de análisis, comprensión, razonamiento y aplicación.

Particularmente y en lo que refiere a la malla curricular del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica, el Ministerio de Educación y Ciencias lo propone como un contenido específico y aparece como una competencia básica que los alumnos deben adquirir, elaborando y dotando a los alumnos de libros de texto y a los docentes de guías didácticas para el desarrollo de la capacidad de crear y resolver problemas.

Cabe señalar que el MEC lleva adelante programas y proyectos de desarrollo de Resolución de problemas, a través de “Paraguay resuelve”, con la que se hace énfasis a la necesidad de un mejor desempeño matemático de niños y jóvenes del Paraguay, a través de una metodología entendible y cercana a la realidad.

Resolución de problemas matemáticos.

Se entiende por resolución de problemas al manejo de estrategias que permiten definir o describir un problema, determinar posibles consecuencias, seleccionar soluciones posibles, escoger estrategia, poner a prueba esas categorías, evaluar consecuencias y revisar los pasos seguidos si fuera necesario

Pólya (1968), sugirió que la resolución de problemas está basada en procesos cognitivos que tiene como resultado “encontrar una salida a una dificultad, una vía alrededor de un obstáculo, alcanzando un objeto que no era inmediatamente alcanzable”

Según Pólya (1981), considera que resolver un problema es encontrar un camino, donde no se conocía previamente, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no se manifiesta de forma inmediata, utilizando los medios adecuados. Pozzo (1994), manifiesta que la resolución de problemas estaría más relacionada con la adquisición de procedimientos eficaces para el aprendizaje, atendiendo a la definición de procedimiento como un conjunto de acciones ordenadas a la consecución de una meta.

Ruiz y García (2003, p. 325) explican que la resolución de problemas se concibe “como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva”. Así, la resolución de problemas puede considerarse como el eje central de la enseñanza en matemática.

Según establecen Ruiz y García (2003, p. 327) “dejar hablar a los estudiantes sobre sus acciones, permite al maestro acceder a su pensamiento”. De ahí que se valore el brindar espacios en los cuales se dé la oportunidad para expresarse oralmente y así conocer cómo piensan los estudiantes; con el fin de poder entender su pensamiento y de este modo utilizar la mejor estrategia para guiarles hacia la búsqueda de una solución eficaz del problema.

En este proceso es fundamental tomar en cuenta los distintos ritmos de aprendizaje, ya que muchos estudiantes necesitarán más tiempo de discusión y trabajo oral, antes de poder abordar por escrito los problemas. Es necesario evitar la enseñanza de métodos mecánicos para resolver un problema, por lo general los docentes acuden a un único procedimiento para resolverlos y no dejan libertad de pensamiento a sus estudiantes, quienes deben utilizar la misma estrategia de solución que le fue enseñada. Por el contrario, se debe impulsar a cada estudiante a hallar la solución del problema por sí mismo, debe ser capaz de reconocer que existe más de una forma para darle solución y no limitarse a una única manera de hacerlo.

Según Buschiazzo y otros (1997, p. 74) “la resolución del problema no debe involucrar cálculos largos, que hagan fatigar y al cabo de los cuales se pueda perder el hilo del razonamiento y aún el interés por su resolución”. El docente debe plantear problemas que supongan verdaderos retos para sus estudiantes; es importante que los

problemas tengan una presentación diversa para evitar la mecanización, pues por lo general los alumnos no buscan comprenderlos sino identificar el tipo de operación al que hace referencia el problema.

Sin embargo, la solución de problemas no va a requerir sólo procedimientos adecuados y actitudes o disposición determinados, sino que es necesaria tener presente los hechos y conceptos.

Trabajar en matemática implica poner en marcha ciertas capacidades de inferencia y razonamiento general y que la instrucción en problemas matemáticos influye en la capacidad de razonamiento y de resolución de problemas, los estudiantes creen que solo existe una sola forma de solucionar cualquier problema matemático y que esta forma es la regla que el profesor ha demostrado recientemente en la clase (Lampert, 1990). Es más, ni siquiera llega a comprender los procesos matemáticos que deben utilizar. Simplemente memorizarlos y aplicarlos mecánicamente en el momento oportuno.

La resolución de problemas es un proceso de desarrollar el pensamiento activo y creador de los estudiantes, con el fin de prepararlos para el enfrentamiento a la resolución de problemas de la vida, y la asimilación independiente de conocimientos, lo cual fundamenta la importancia de su utilización.

La resolución de problemas comprende las siguientes capacidades:

a. Identifica.

Discrimina información del problema.

Registra correctamente los datos del problema.

Comprende la interrogante del problema.

Organiza los datos del problema.

b. Formula.

Propone la operación correcta para el problema.

Estructura el algoritmo a resolver.

Ordena correctamente los datos en el algoritmo.

c. Resuelve.

Orden en el desarrollo del algoritmo.

Respetar la secuencia lógica en la solución del problema.

Perseverancia y constancia en el desarrollo del algoritmo.

Verifica el desarrollo del algoritmo.

d. Estima.

Predice la posible respuesta en forma mental.

Aplica definiciones matemáticas.

Explica correctamente su respuesta.

Formula su respuesta.

Influencia de las actitudes.

Lo que el alumno cree sobre las matemáticas influye en los sentimientos que afloran hacia la materia y le predispone a actuar de modo consecuente. Esto es, si un alumno posee una creencia negativa sobre las matemáticas o sobre su enseñanza, tenderá a mostrar sentimientos adversos hacia las tareas relacionadas con dicha materia, lo que le llevará a conductas de evitación o de rechazo de las mismas. Esta predisposición que determina las intenciones personales y que influye en su comportamiento es lo que llamamos actitudes.

Gómez Chacón (2000), define la actitud como uno de los componentes básicos del dominio afectivo y las define “como una predisposición evaluativa (es decir positiva o negativa) que determina las intenciones personales e influye en el comportamiento” (p. 23).

El papel de los problemas en la enseñanza de las Matemáticas.

Tradicionalmente, los problemas se han utilizado en la escuela para que los estudiantes apliquen los conocimientos que les han enseñado previamente; sin embargo, la experiencia dice que a pesar de que se dedican muchas horas de trabajo con este propósito, cuando los estudiantes se enfrentan a la resolución de problemas, la mayoría presenta serias dificultades para aplicar dichos conocimientos.

Una de las principales causas de estas dificultades reside en que los contenidos se han trabajado de manera aislada, es decir, fuera de un contexto que le permita al alumno descubrir su significado, sentido y funcionalidad.

Al respecto, Pérez & Ramírez (2011), expresan lo siguiente:

La enseñanza de la resolución de problemas en la educación primaria es rutinaria ya que se asignan ejercicios, más que problemas donde el estudiante los resuelve en forma mecánica. En otros casos, cuando realmente se trabajan situaciones problemáticas, como señala Baroody (1994), las mismas son extraídas de los libros en forma descontextualizada y por tanto, alejadas de cualquier significado para los alumnos, debido a que los mismos en nada se asemejan con la realidad en la que están inmersos. (p. 174)

Para que la resolución de problemas sea el motor que promueva el aprendizaje matemático y el desarrollo de la capacidad de razonamiento de los alumnos, es necesario invertir el orden en el que tradicionalmente se ha procedido. Enfrentar desde el principio a los alumnos a la resolución de problemas utilizando sus propios recursos, les permitirá construir nuevos conocimientos y, más adelante, encontrar la solución de problemas cada vez más complejos. La resolución de problemas y la adquisición de conocimientos significativos y duraderos son procesos que deben avanzar en estrecha relación (Bonilla Rius, E. & otros, 2002).

Marco legal

Constitución Nacional de la República del Paraguay (1992).

Artículo 73 – Del derecho a la educación y de sus fines.

Toda persona tiene derecho a la educación integral y permanente, que como sistema y proceso se realiza en el contexto de la cultura de la comunidad. Sus fines son el desarrollo pleno de la personalidad humana y la promoción de la libertad y la paz, la justicia social, la solidaridad, la cooperación y la integración de los pueblos; el respeto a los derechos humanos y los principios democráticos; la afirmación del compromiso con la Patria, de la identidad cultural y la formación intelectual, moral y cívica, así como la eliminación de los contenidos educativos de carácter discriminatorio. La erradicación del analfabetismo y la capacitación para el trabajo son objetivos permanentes del sistema educativo.

Artículo 74 – Del derecho de aprender y de la libertad de enseñar

Se garantizan el derecho de aprender y la igualdad de oportunidades al acceso a los beneficios de la cultura humanística, de la ciencia y de la tecnología, sin discriminación alguna. Se garantiza igualmente la libertad de enseñar, sin más requisitos que la idoneidad y la integridad ética, así como el derecho a la educación religiosa y al pluralismo ideológico.

Artículo 75 – De la responsabilidad educativa

La educación es responsabilidad de la sociedad y recae en particular en la familia, en el Municipio y en el Estado. El Estado promoverá programas de complemento nutricional y suministro de útiles escolares para los alumnos de escasos recursos.

Artículo 76 – De las obligaciones del Estado

La educación escolar básica es obligatoria. En las escuelas públicas tendrá carácter gratuito. El Estado fomentará la enseñanza media, técnica, agropecuaria, industrial y la superior o universitaria, así como la investigación científica y tecnológica. La organización del sistema educativo es responsabilidad esencial del Estado, con la participación de las distintas comunidades educativas. Este sistema abarcará a los sectores públicos y privados, así como al ámbito escolar y extraescolar.

Ley N° 1.264/1998. General de Educación.

Artículo 1°. - Todo habitante de la República tiene derecho a una educación integral y permanente que, como sistema y proceso, se realizará en el contexto de la cultura de la comunidad.

Artículo 2°. - El sistema educativo nacional esta formulado para beneficiar a todos los habitantes de la República. Los pueblos indígenas gozan al respecto de los derechos que les son reconocidos por la Constitución Nacional y esta ley.

Artículo 3°.- El Estado garantizará el derecho de aprender y la igualdad de oportunidades de acceder a los conocimientos y a los beneficios de la cultura humanística, de la ciencia y de la tecnología, sin discriminación alguna. Garantizará

igualmente la libertad de enseñar, sin más requisitos que la idoneidad y la integridad ética, el derecho a la educación religiosa y al pluralismo ideológico.

Artículo 4º.- El Estado tendrá la responsabilidad de asegurar a toda la población del país el acceso a la educación y crear las condiciones de una real igualdad de oportunidades. El sistema educativo nacional será financiado básicamente con recursos del Presupuesto General de la Nación.

Artículo 5º.- A través del sistema educativo nacional se establecerá un diseño curricular básico, que posibilite la elaboración de proyectos curriculares diversos y ajustados a las modalidades, características y necesidades de cada caso.

Artículo 6º.- El Estado impulsará la descentralización de los servicios educativos públicos de gestión oficial. El Presupuesto del Ministerio de Educación y Cultura, se elaborará sobre la base de programas de acción. Los presupuestos para los departamentos se harán en coordinación con las Gobernaciones.

Artículo 7º.- La presente ley regulará la educación pública y privada. Establecerá los principios y fines generales que deben inspirarla y orientarla. Regulará la gestión, la organización, la estructura del sistema educativo nacional, la educación de régimen general y especial, el sistema escolar y sus modalidades.

CAPÍTULO III. METODOLOGÍA

En este apartado, para la argumentación teórica de los aspectos metodológicos de la investigación se han de tener en cuenta ideas de autores tales como: Bernal (2006), Sierra Bravo (2007), Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2010), Muñoz (2011) y Gómez (2014).

Enfoque, diseño y alcance de la investigación

El trabajo de investigación se enmarca dentro del enfoque cuantitativo que, según Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2010), este tipo de investigación se caracteriza por explicar el fenómeno de estudio a partir de las relaciones causales entre los elementos estudiados, la búsqueda del conocimiento es externa al investigador y recolectará datos numéricos del fenómeno de estudio mediante procedimientos estadísticos a fin de emitir un juicio de valor al respecto. Para Bernal (2006), “El método cuantitativo o tradicional se fundamenta en la medición de las características de los fenómenos sociales (...) Este método tiende a generalizar y normalizar resultados” (p. 57). Además Muñoz (2011, p. 21), afirma que en el enfoque cuantitativo de investigación se “incluye técnicas específicas que permiten recolectar datos cuantificables que demanda la investigación, los cuales se analizan mediante procedimientos estadísticos”.

En cuanto al diseño de investigación, este se encuadra en una investigación experimental, específicamente la pre-experimental. “Los experimentos manipulan tratamientos, estímulos, influencias o intervenciones (denominadas variables independientes) para observar sus efectos sobre otras variables (las dependientes) en una situación de control” (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2010, p. 121). También los diseños experimentales manifiesta los autores que se

“utilizan cuando el investigador pretende establecer el posible efecto de una causa que se manipula” (p. 122). Para Bernal (2006, p. 119), “toda investigación experimental parte de la hipótesis, por lo que el objetivo es probar dicha hipótesis”. Este método pre-experimental es particularmente útil para estudiar situaciones donde se pretende trabajar e investigar usando grupos ya formados, es decir, se utiliza una sola variable, no existe manipulación en la variable independiente ni se utiliza grupos de control. Una característica del pre-experimento es que no existe la posibilidad de comparación entre diferentes grupos, por eso dicha investigación se basa en grupos intactos, es decir, realizada al mismo grupo. Se recabó la mayor cantidad de información de la aplicación y los resultados del método Pólya en la resolución de problemas matemáticos en los alumnos del 2do ciclo de la EEB del CREC. No se manipula deliberadamente la variable independiente, solo se realizó una estimulación o tratamiento en forma de Taller, observando la situación de forma natural y sin grupo de control.

En cuanto al nivel de investigación se logró un alcance descriptivo, puesto que se pretendió describir el fenómeno en una circunstancia temporal y geográfica determinada. Según Gómez (2014), los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los aspectos importantes del fenómeno que se somete a análisis. Así también Bernal (2006), habla de las investigaciones descriptivas se muestran, narran, reseñan o identifican hechos, situaciones, rasgos, características de un objeto de estudio, o se diseñan productos, modelos, prototipos, guías, etc.

La investigación descriptiva, según Campoy (2016, pp. 144-145), desde el ámbito cuantitativo, consiste en la recopilación de datos que describen acontecimientos, que luego se organizan, se tabulan, se representan y se describen. Normalmente se apoya en gráficos y tablas para ayudar a comprender la distribución de datos y acorde al volumen, para el análisis se apoya en la estadística descriptiva o software de análisis estadístico. La mayoría de las investigaciones cuantitativas se orientan a describir eventos y estudios destinados a descubrir las inferencias o relaciones causales, se dirigen a investigar “lo que es”.

Población y muestra

La población abarca los estudiantes 2º ciclo que son el 4º, 5º y 6º grado de la Educación Escolar Básica del Centro Regional de Educación de Concepción, integrada

por un total de 192 alumnos regulares de los turnos mañana y tarde. No fue necesaria la selección de la muestra, así como su teorización. La cantidad de la población de alumnos se divide en las siguientes cantidades: 56 alumnos del 4º grado, 68 alumnos del 5º grado y 68 alumnos del 6º grado. En la primera fase se trabajó con 5 docentes para la validación del instrumento por juicio de expertos, dos docentes del 4º grado, uno del 5º grado y dos del 6º grado.

La población es el “conjunto de todos los casos que concuerdan con determinadas especificaciones” (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2010, p. 174). Hay autores quienes hacen una diferencia entre universo y población, tal como Sierra Bravo (2007a, p. 179), para quien “el universo está formado por toda la población o conjunto de unidades que se quiere estudiar y que podrían ser observadas individualmente en el estudio”. También Gómez (2014, p. 101), dice al respecto que “definir la población o universo, es decir, definir el conjunto total de los objetos de estudio, (eventos, organizaciones, comunidades, personas, etc.) que comparten ciertas características comunes, funcionales a la investigación”.

Técnicas, procedimientos e instrumentos de recolección de datos

Según Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2010, p. 198), recolectar datos “implica elaborar un plan detallado de procedimientos que conduzcan a reunir datos con un propósito específico”. Para esta investigación fue seleccionada como técnica de recolección de datos la encuesta y como instrumentos el cuestionario y la prueba escrita. Bernal (2006), afirma que la encuesta es una de las técnicas de recolección de información más usadas y que se fundamenta en un cuestionario o conjunto de preguntas que se preparan con el propósito de obtener información de las personas. Para Morate (2014), la prueba se utiliza para medir el nivel de aprendizaje alcanzado por un sujeto. Se puede aplicar a un grupo grande y en un momento adecuado permitiendo planificar su alcance y estructura.

Para este estudio fue seleccionado como instrumento de recolección de datos el cuestionario con preguntas cerradas. El cuestionario “tal vez sea el instrumento más utilizado para recolectar los datos, consiste en un conjunto de preguntas respecto de una o más variables a medir” (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2010, p. 217). Para seguir aclarando, las preguntas cerradas “son aquellas que contienen

opciones de respuesta previamente delimitadas. Son más fáciles de codificar y analizar” (p. 217). Para Sierra Bravo (2007a, p. 306), “el instrumento básico de la observación por encuesta es el cuestionario. Este no es otra cosa que un conjunto de preguntas, preparados cuidadosamente, sobre los hechos y aspectos que interesan en una investigación”.

La obtención de las informaciones que permitieron guiar la investigación se realizó primeramente a través de un cuestionario de verificación de proceso que se presenta en el Apéndice 1 y luego las pruebas (pre-test y post-test) que se presenta en los Apéndices 2, 3, 4, 5, 6 y 7, aplicadas a la variable en cuestión de acuerdo a la exigencia del programa de estudios del Ministerio de Educación y Ciencias, con la colaboración de los docentes de los grados en cuestión, específicamente 2 (dos) docentes del 4º grado, 1 (uno) docente del 5º grado y 2 (dos) docentes del 6º grado; conjuntamente con la investigadora.

La validación del instrumento fue realizada por Juicio de expertos, para la misma se contó con el apoyo de la Mg. María Concepción Araujo de Benítez y el Dr. Jorge Daniel Mello Román, quienes gentilmente analizaron y sugirieron mejoras para el cuestionario y las pruebas (pre-test y post-test), con el objetivo de validar las preguntas y los problemas planteados en la prueba práctica y enmendar errores en cuanto al contenido y forma de presentación, para que sean acorde al nivel del desarrollo matemático del programa de estudios de cada grado.

Para el análisis e interpretación se tuvieron en cuenta los métodos de estadística, además, se presentan tablas y gráficos de distribución de frecuencias y porcentajes del cuestionario y de las pruebas aplicadas a los estudiantes para la resolución de problemas del método de cuatro pasos desarrollado por Pólya.

Según Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2010, p. 198), recolectar datos “implica elaborar un plan detallado de procedimientos que nos conduzcan a reunir datos con un propósito específico”. A continuación, se presenta un resumen de pasos a seguir, atendiendo las ideas de estos autores: Definir la forma idónea de recolectar en base al planteamiento del problema, seleccionar uno o varios

instrumentos, aplicar los instrumentos, obtener los datos y codificarlos, archivar los datos y prepararlos para su análisis (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2010).

Contexto de la investigación

La investigación se llevó a cabo en el Centro Regional de Educación “Juan E. O’Leary”, ubicado en el barrio Primavera de la ciudad de Concepción, departamento de Concepción, creado por Resolución del MEC el 22 de marzo 1968. Actualmente alberga a 3200 alumnos desde el nivel Inicial pasando por todos los demás niveles hasta el nivel Formación Docente. Los estudiantes son de clase media para abajo, provenientes de diferentes barrios de la ciudad y del campo, incluso de los demás distritos del Departamento. El estudio abarcó específicamente a alumnos del 2º ciclo de la EEB de los turnos mañana y tarde, los cuales totalizan unos 192 alumnos, cuyas edades oscilan entre 10 a 12 años. Los docentes quienes ayudaron a la elaboración de las pruebas pre-test y post-test fueron en total 5 (cinco). El trabajo se llevó a cabo en un periodo comprendido entre julio y septiembre del año 2017. Teniendo en cuenta que los alumnos deben poseer competencias básicas en el manejo de la Matemática y capacidad para resolver problemas del área, con saberes que sean aplicados y válidos para la vida.

Fases de la investigación pre-experimental

Por tratarse de una investigación experimental, en este caso de diseño pre-experimental, se recurrió a las siguientes fases:

- **1ª Fase:** Elaboración y aplicación de la Prueba diagnóstica de Matemática sobre resolución de problemas, antes de la estimulación (Pre-test).
- **2ª Fase:** Estimulación o tratamiento. Taller de consolidación sobre el método Pólya por parte de la investigadora. Desarrollo de las capacidades propias de cada grado del 2º ciclo con la ayuda de los docentes. Elaboración y aplicación del Cuestionario de verificación de procesos.
- **3ª Fase:** Elaboración y aplicación de la Prueba Final de Matemática sobre resolución de problemas, después de la estimulación (Post-test) y determinación de los resultados.

El primer paso fue la aplicación de la prueba diagnóstica o pre-test a los alumnos con el fin de medir el proceso de desarrollo del método Pólya en la resolución de problemas matemáticos. Una vez terminada la evaluación del pre-test se prosiguió con la ejecución de 2 (dos) talleres de entrenamiento del método Pólya para la resolución de problemas de lógica matemática, realizada a los alumnos con la ayuda de los docentes correspondientes a cada grado, con el fin de reforzar, explicar y enseñar el proceso de desarrollo del método Pólya en la resolución de problemas matemáticos. Luego a esta actividad se aplicó el cuestionario a los alumnos, con el fin de conocer las dimensiones correspondientes a las habilidades en la resolución de problemas, especificación del proceso y los resultados aptitudinales, procedimentales y actitudinales, con opciones de preguntas cerradas para conocer su apreciación en cuanto al nivel de aprendizaje, las estrategias de resolución y así detectar sus conocimientos. Seguidamente se aplica una prueba final, es decir, una prueba post-test después del taller para comparar y analizar el proceso utilizado de las pruebas aplicadas antes y después del desarrollo del método Pólya, utilizando siempre la misma variable en cuestión, es decir, se aplicaron el cuestionario y las pruebas (pre-test – 2 talleres de entrenamiento y clases normales durante 3 meses – post-test), al mismo grupo (192 alumnos).

MATRIZ DE DEFINICIÓN Y OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES

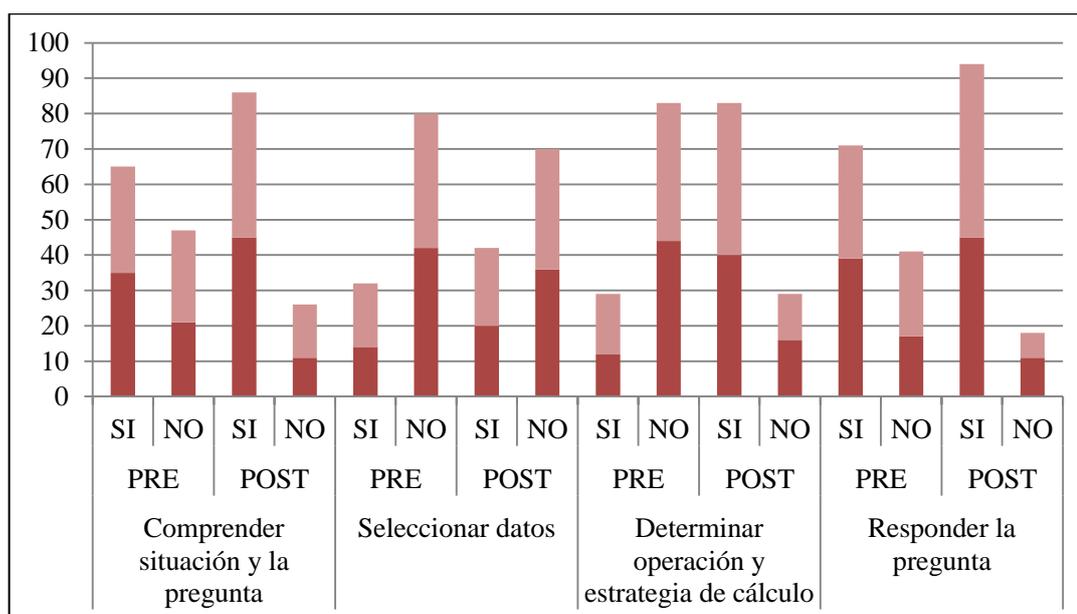
Tabla 1. *Matriz de definición y operacionalización de las variables*

Variables	Definición conceptual	Definición operacional		
		Variables	Sub-variables/ Dimensiones	Instrumento
Resultado de la aplicación del método Pólya en las habilidades matemáticas de alumnos de 2° ciclo	Constituye la evidencia de una mejora o no de las habilidades matemáticas que presentan los alumnos en cuanto a la resolución de problemas	Habilidades matemáticas (antes de la Aplicación del método Pólya). 1ª Fase Variable dependiente	Paso 1: Entender el problema; comprender la situación y la pregunta Paso 2: Configurar el plan; seleccionar los datos Paso 3: Ejecutar el plan; determinar la operación y la estrategia de cálculo Paso 4: Mirar hacia atrás; responder la pregunta	Pre-test Prueba diagnóstica de Matemática
		Aplicación del método de Pólya 2ª Fase Variable independiente	Habilidades aptitudinales; leer atentamente el enunciado, entender enseguida el enunciado, identificar datos con facilidad Habilidades procedimentales; hacer esquemas o dibujos de las situaciones, reflexionar sobre lo que se debe hacer, ... Habilidades actitudinales; comprobar lo que se averigua, revisar si existe relación, realizar preguntas sobre las dudas, consultas con los compañeros	Cuestionario de verificación de proceso
		Habilidades matemáticas (después de la Aplicación del método Pólya). 3ª Fase Variable dependiente	Paso 1: Entender el problema; comprender la situación y la pregunta Paso 2: Configurar el plan; seleccionar los datos Paso 3: Ejecutar el plan; determinar la operación y la estrategia de cálculo Paso 4: Mirar hacia atrás; responder la pregunta	Post-test. Prueba final de Matemática

CAPÍTULO IV. ANALISIS DE RESULTADOS

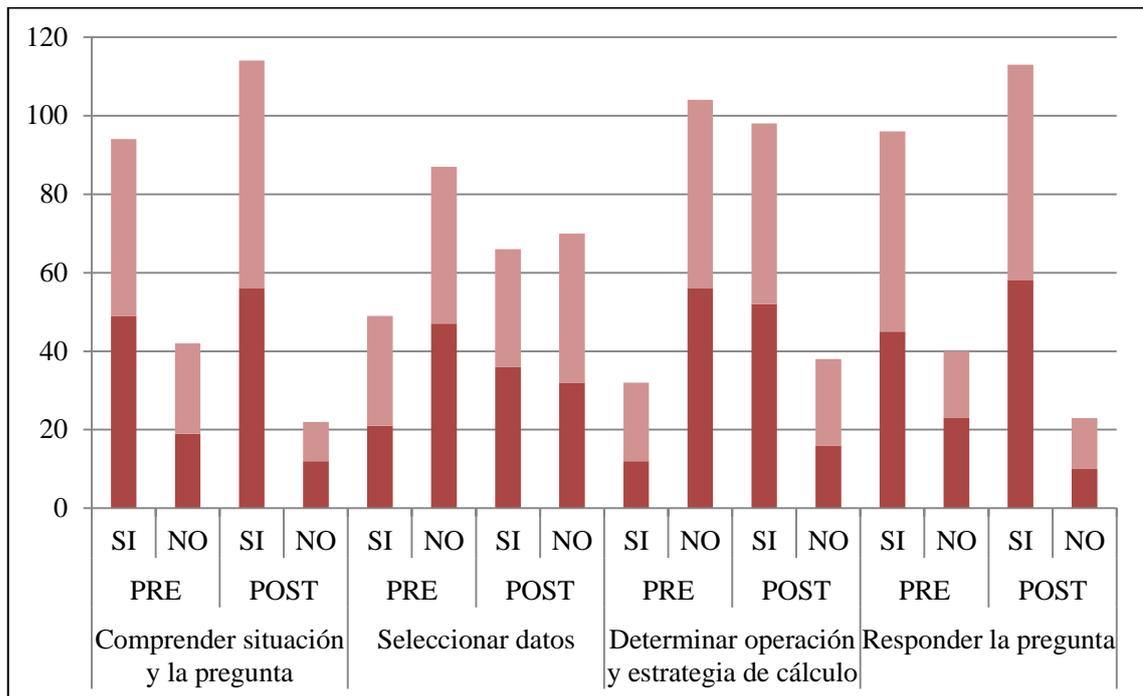
Resultados de las pruebas pre-test y post-test aplicado a los alumnos del 2° ciclo de la Educación Escolar Básica del Centro Regional de Concepción

Gráfico 1. Comparación entre pre-test y post-test. 4° grado



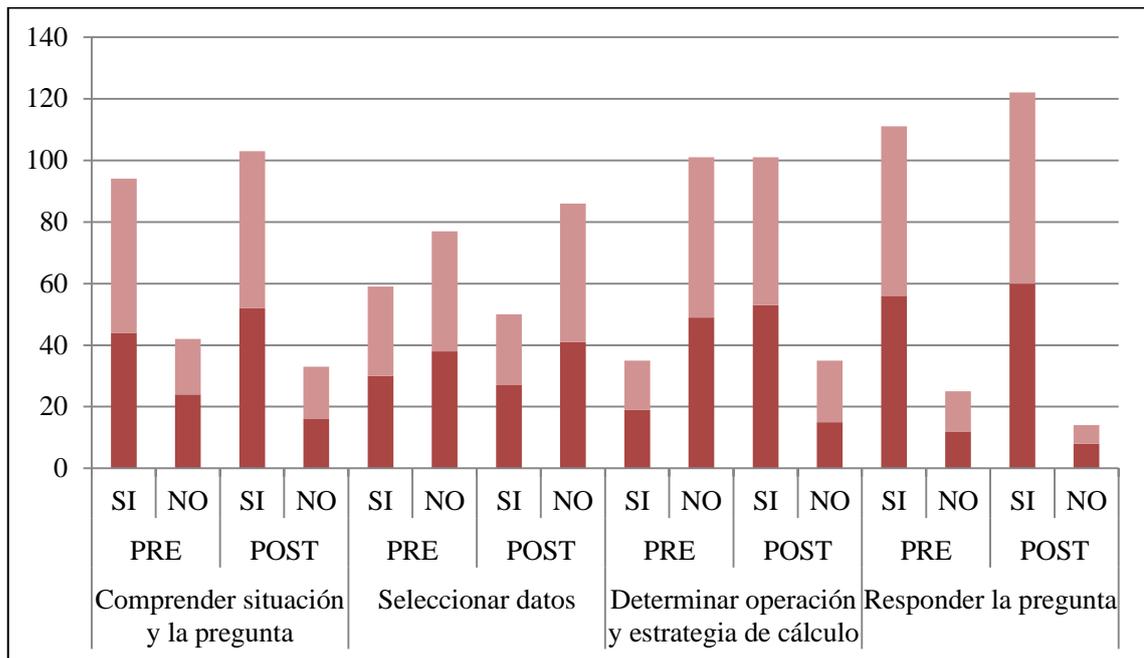
El 4° grado con 56 estudiantes presenta según este gráfico, que no completan los cuatro pasos que define el método Pólya, es decir, realizan algunos de los pasos, pero no en su totalidad ni en el orden en el que se enmarca dicho proceso, también se puede analizar que luego del taller realizado explicando el método en cuestión el proceso de resolución de situaciones problemáticas ha mejorado su aplicación en la mayoría, como se puede observar en el gráfico.

Gráfico 2. Comparación entre pre-test y post-test. 5° grado



El 5° grado con 68 alumnos presenta según este gráfico, que no completan los cuatro pasos que define el método Pólya, es decir, realizan algunos de los pasos, pero no en su totalidad ni en el orden en el que se enmarca dicho proceso, también se puede visualizar que luego del taller realizado, explicando el método en cuestión, el proceso de resolución de situaciones problemáticas ha mejorado su aplicación en la mayoría, como se puede observar en el gráfico.

Gráfico 3. Comparación entre pre-test y post-test. 6° grado



El 6° grado con 68 estudiantes presenta según este gráfico que no completan los cuatro pasos que define el método Pólya, es decir, realizan algunos de los pasos, pero no en su totalidad ni en el orden en el que se enmarca dicho proceso, también se puede analizar que luego del taller realizado explicando el método en cuestión, el proceso de resolución de situaciones problemáticas ha mejorado en la mayoría, como se puede observar en el gráfico.

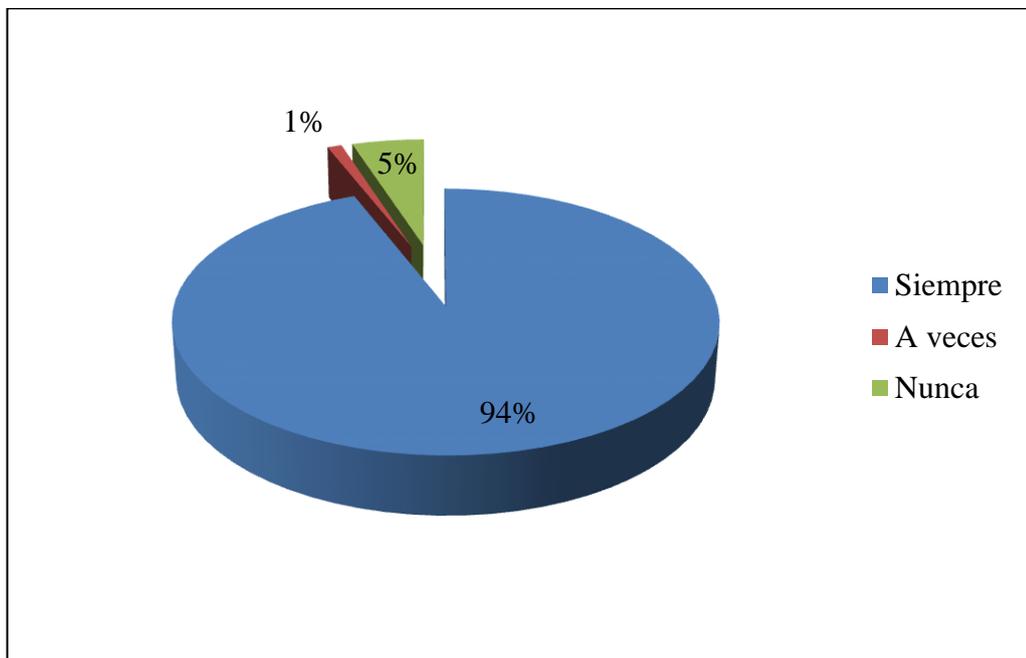
Con relación a los resultados de los tres grados anteriores, donde ninguno completaba los cuatro pasos descritos por Pólya, cabe cuestionarse en la línea de lo expresado por Pérez & Ramírez (2011), en cuanto a que la enseñanza de la resolución de problemas en la educación primaria es rutinaria ya que se asignan ejercicios, más que problemas donde el estudiante los resuelve en forma mecánica.

Al aplicar el taller se ha observado cierta mejoría, por lo que implementar estrategias de enseñanza distintas, y en este caso el método Pólya, puede aportar para el desarrollo de las habilidades de resolución de problemas matemáticos.

Resultados del Cuestionario de verificación dirigido a los alumnos del 2° ciclo de la Educación Escolar Básica del Centro Regional de Educación de Concepción

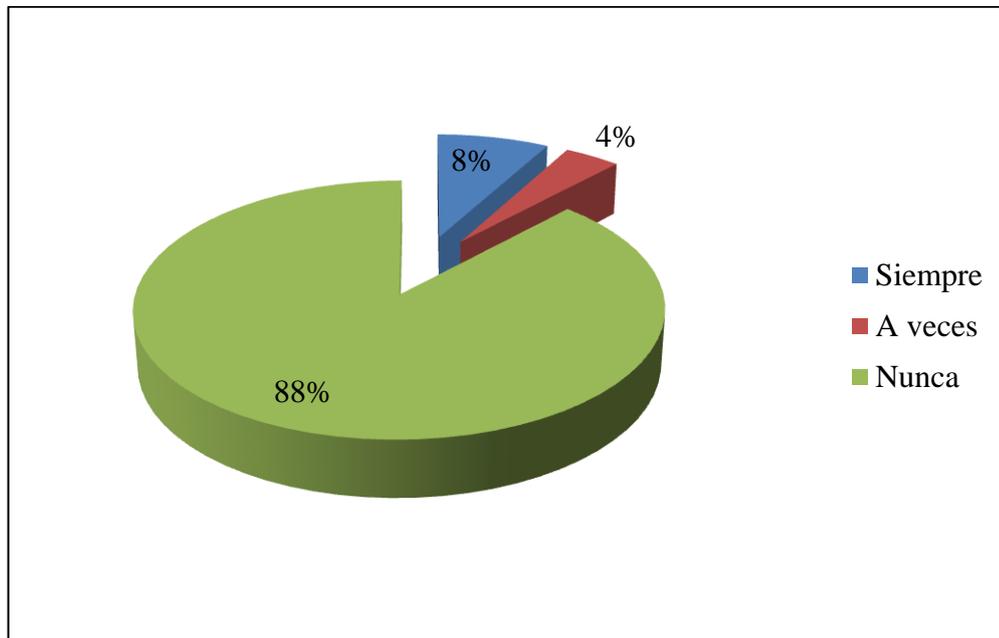
Aspecto 1. Habilidades aptitudinales.

Gráfico 4. *Cuando te presentan un problema matemático, lo primero que haces es leerlo atentamente*



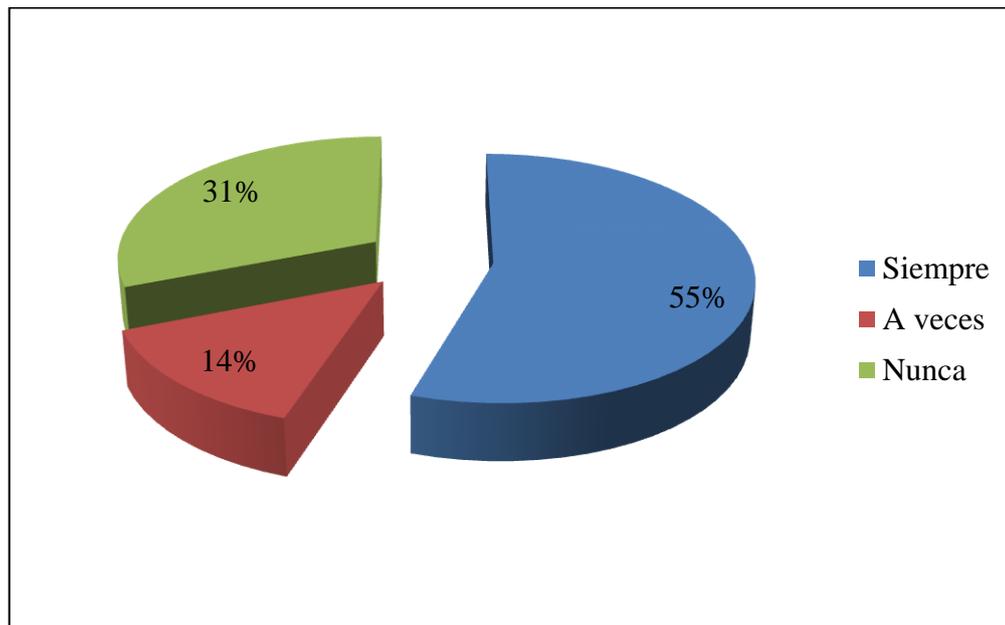
El 94% de los alumnos de la Educación Escolar Básica afirman que cuando se le presenta un problema matemático, siempre lo leen atentamente, el 5% de los mismos sostienen que nunca lo hacen, y el 1% de los alumnos afirman que a veces leen primeramente la situación problemática presentada.

Gráfico 5. Cuando te formulan un problema matemático entiendes su enunciado con sólo leerlo la primera vez



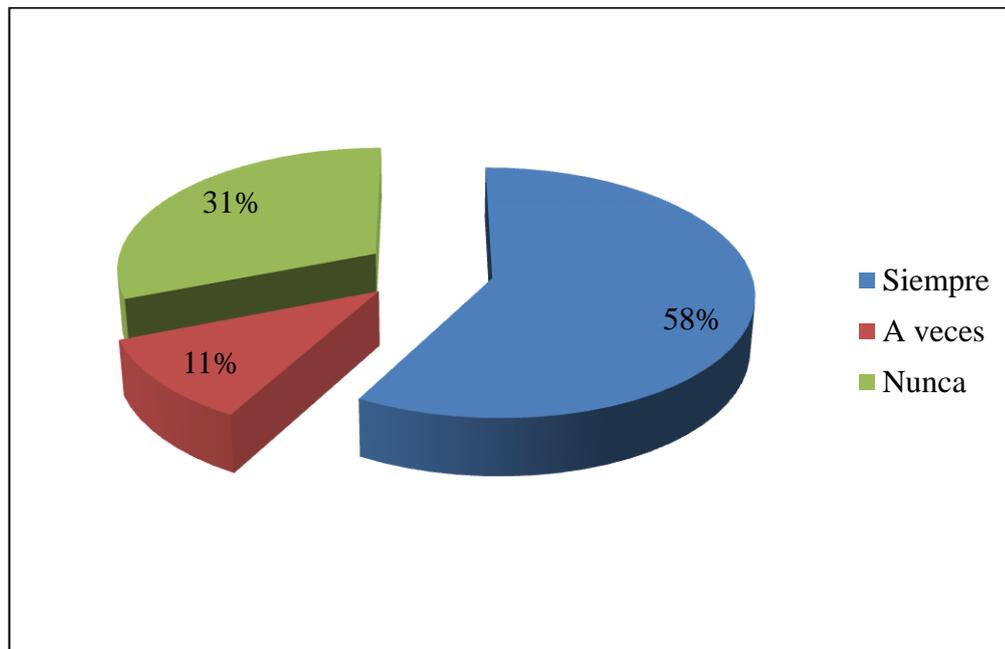
El 88% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirman que cuando se les formulan un problema matemático nunca entienden su enunciado con sólo leerlo la primera vez, el 8% de los alumnos sostienen que siempre lo comprenden y el 4% de los mismos confirman que a veces entienden con solo leerlo la primera vez.

Gráfico 6. *Identificas fácilmente los datos*



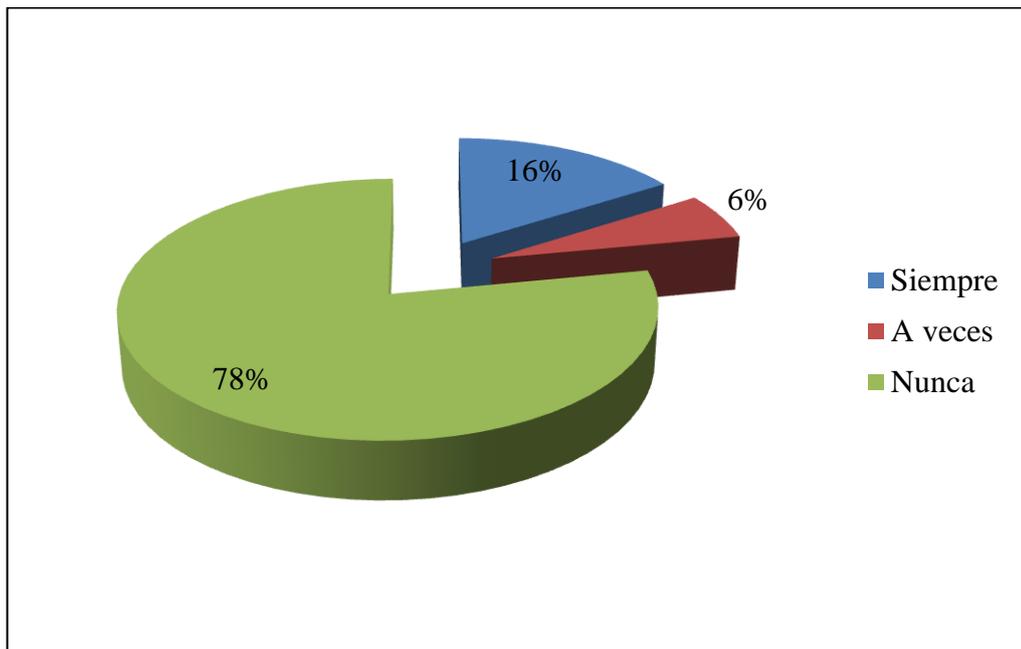
El 55% de los alumnos del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirman que siempre identifican fácilmente los datos, el 31% de los mismos sostienen que nunca identifican fácilmente los datos y el 14% de los alumnos confirman que a veces lo identifican.

Gráfico 7. *Identificas las incógnitas de un problema que debes resolver*



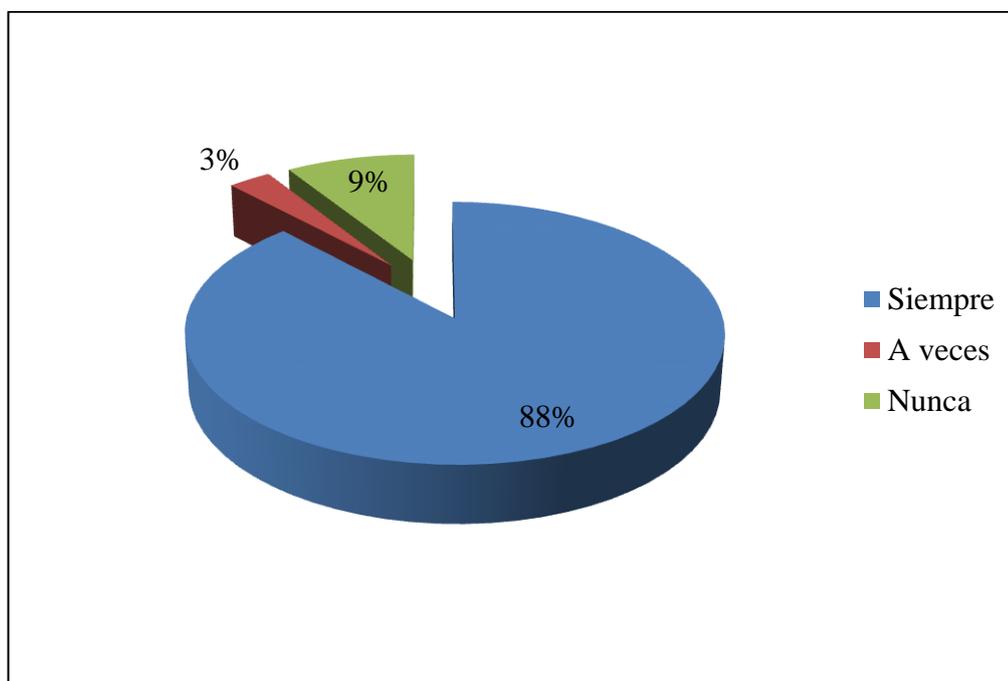
El 58% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirman que siempre identifican las incógnitas de un problema que debe resolver, el 31% de los mismos confirman que nunca lo identifican y el 11% de los alumnos entrevistados sostienen que identifican a veces.

Gráfico 8. *Realizas preguntas para resolver las dudas en las clases de matemáticas*



El 78% de los alumnos del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirman que nunca realizan preguntas para resolver las dudas en las clases de matemáticas, el 16% de los mismos sostienen que siempre realizan preguntas y el 6% de los alumnos confirman que solo a veces hacen preguntas.

Gráfico 9. *Crees que sabes cómo utilizar lo que aprendiste para resolver un problema matemático*

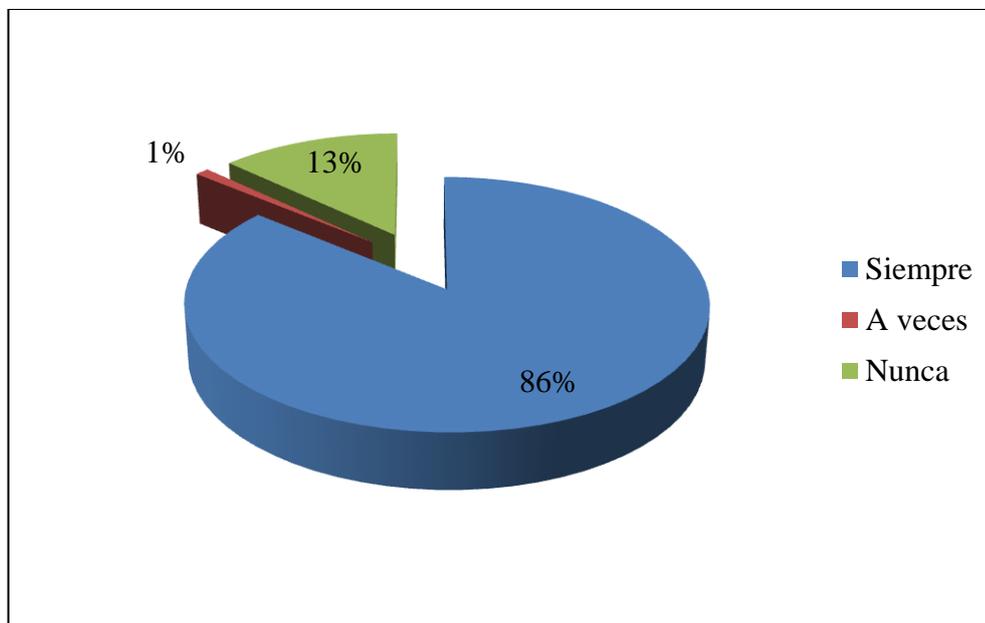


El 88% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirman que siempre saben cómo utilizar lo que aprendió para resolver un problema matemático, el 9% de los mismos sostienen que nunca saben cómo utilizarlo y el 3% de los alumnos que a veces saben utilizar lo que aprendió para resolver problemas matemáticos.

Las preguntas referentes a las habilidades aptitudinales, guardan relación con el aprendizaje significativo o los conocimientos previos, y con referencia a ese punto, Díaz y Hernández (1999), expresan que la activación del conocimiento previo puede servir al profesor en un doble sentido: para conocer lo que saben sus alumnos y para utilizar tal conocimiento como base para promover nuevos aprendizajes, por lo que es importante para la mejora de las habilidades en la resolución de problemas matemáticos, que se tome en consideración las capacidades que ya poseen los estudiantes.

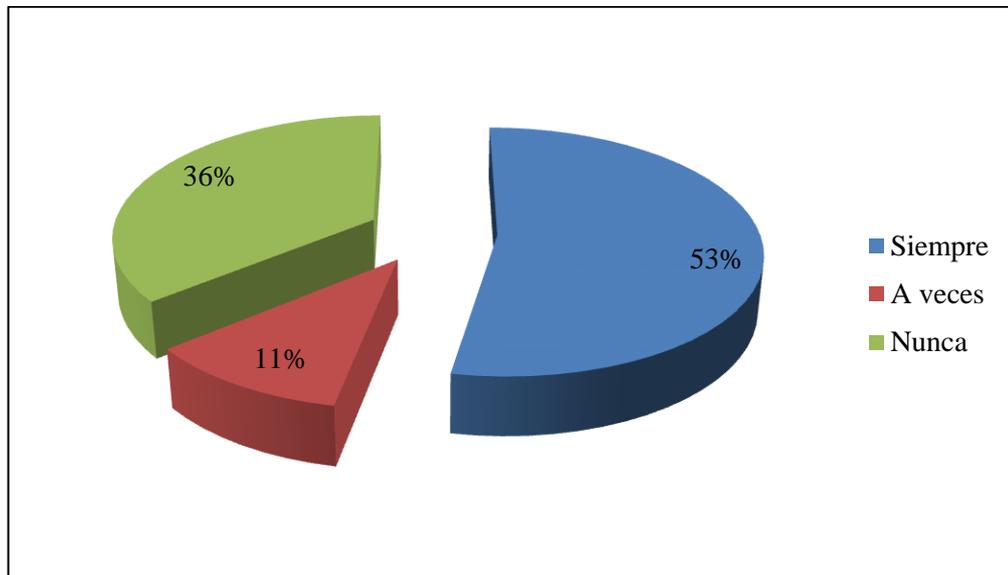
Aspecto 2. Habilidades procedimentales

Gráfico 10. *Sueles hacer un esquema o dibujo de la situación*



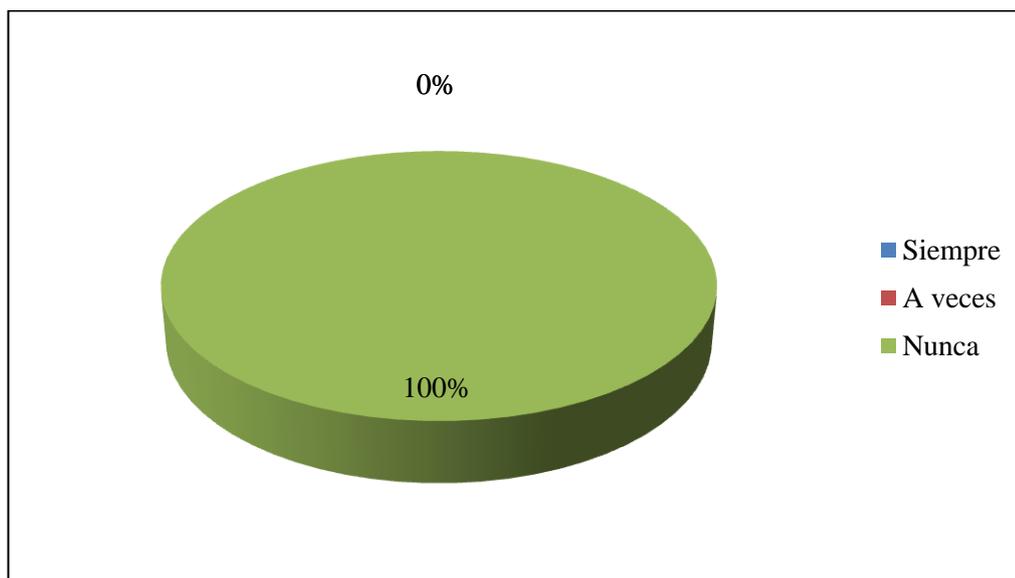
El 86% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirman que siempre hacen un esquema o dibujo de la situación, el 13% de los mismos sostienen que nunca suelen hacer esquemas y el 1% de los estudiantes lo hacen a veces.

Gráfico 11. *Cuando resuelves un problema, sueles pensar, explicándote lo que debes hacer*



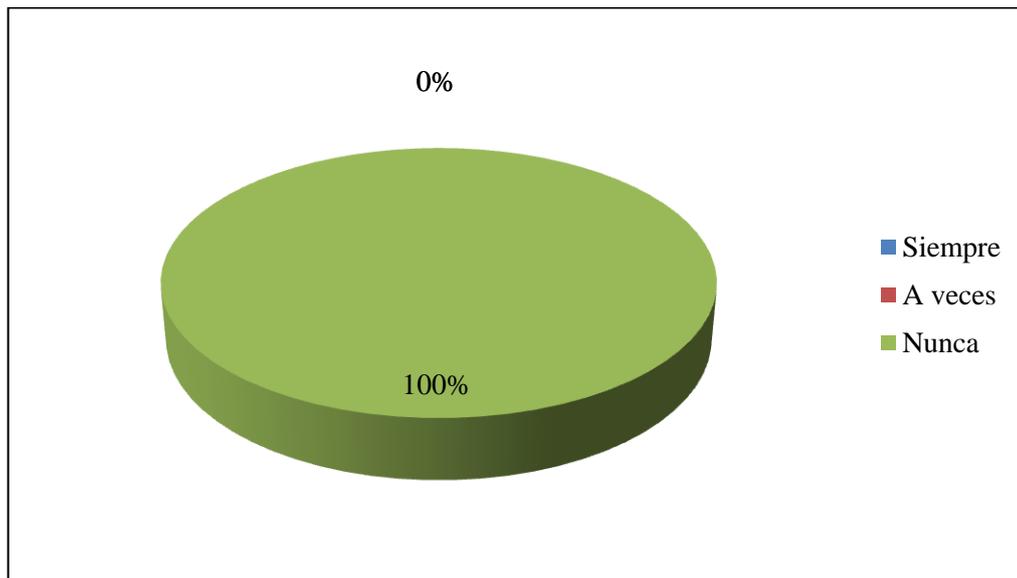
El 53% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirman que cuando resuelven un problema, siempre suelen pensar explicándose lo que deben hacer, el 36% de los mismos sostienen que nunca lo hacen, y el 11% de los estudiantes lo suelen hacer a veces.

Gráfico 12. *Tratas de relacionar con una situación de la vida cotidiana*



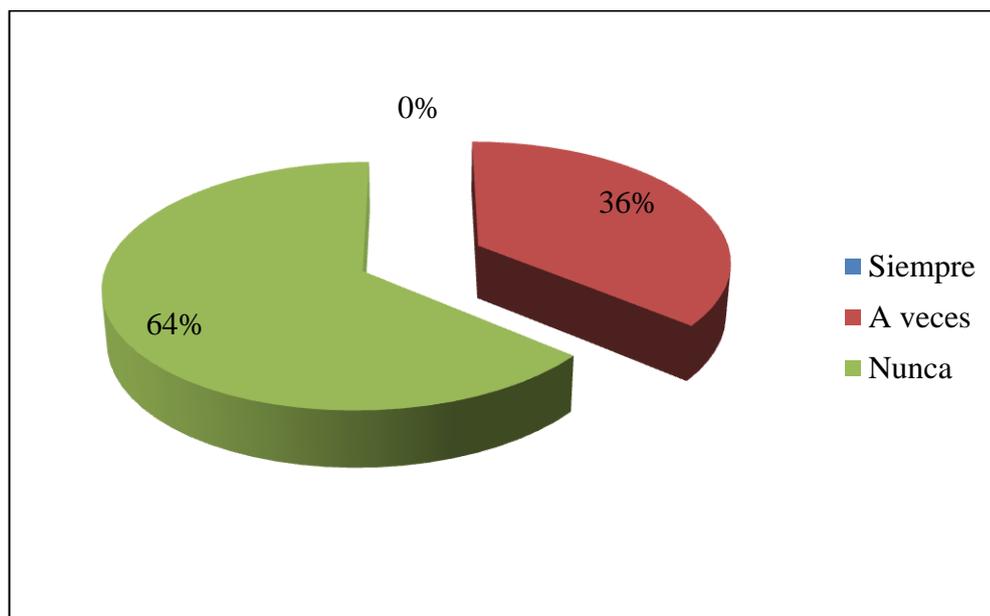
El 100% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica expresa que nunca tratan de relacionar con una situación de la vida cotidiana lo que aprenden durante el proceso enseñanza-aprendizaje de las situaciones problemáticas desarrolladas durante las clases.

Gráfico 13. *Intentas llegar a la solución del problema por más de un camino*



El 100% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirman que nunca intentan llegar a la solución del problema por más de un camino, lo que nos indica que al no llegar al resultado deseado se conforman o no intentan varias opciones para resolver las situaciones problemáticas.

Gráfico 14. *Distingues el camino más simple para llegar a la solución del problema*

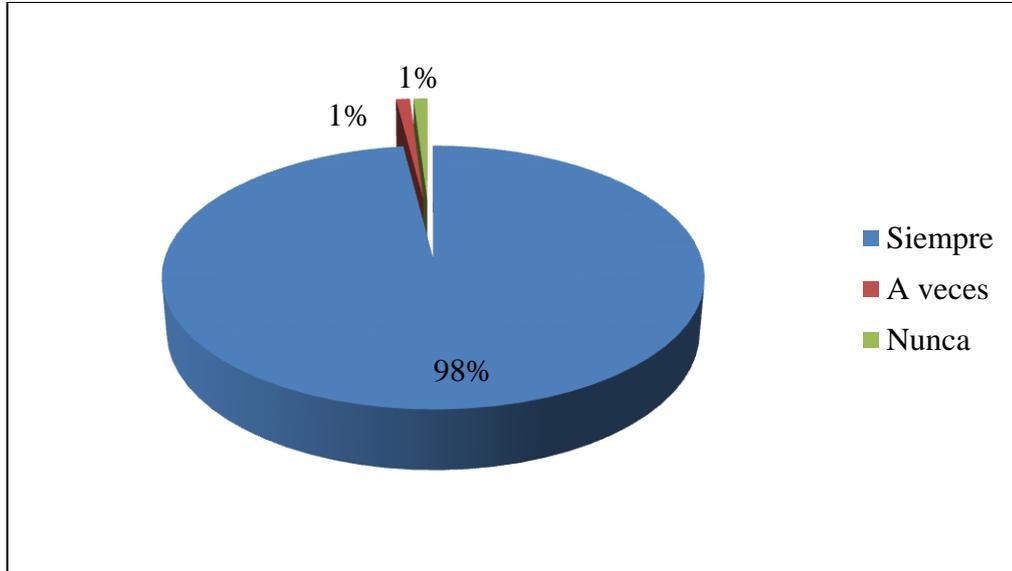


El 64% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirman que nunca distinguen el camino más simple para llegar a la solución del problema, el 36% de los mismos sostienen que a veces saben la forma más fácil de llegar a una solución más simple en un problema matemático.

Con respecto a las habilidades procedimentales, cabe destacar a Ruiz y García (2003) quienes explican que la resolución de problemas se concibe como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva. Así, la resolución de problemas puede considerarse como el eje central de la enseñanza en matemática.

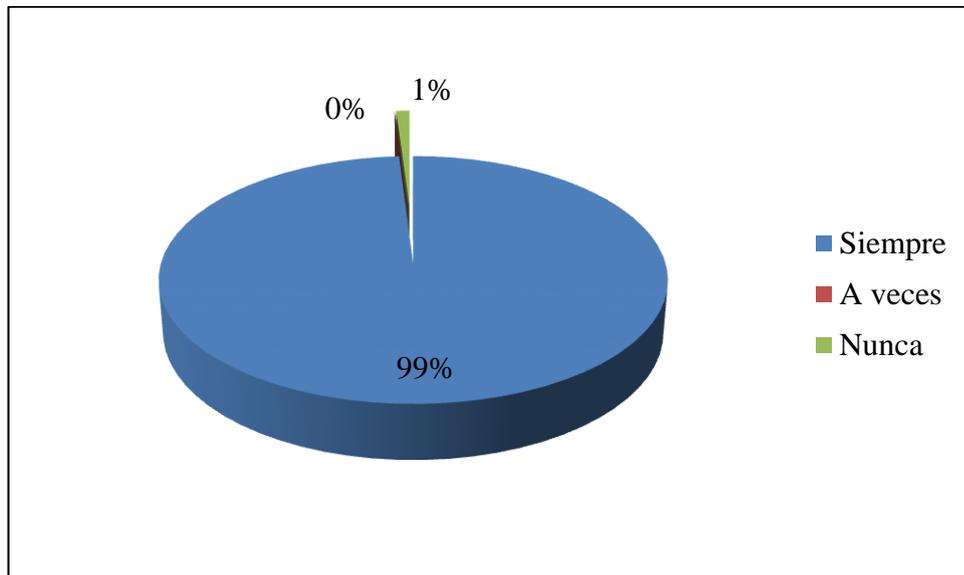
Dimensión 4. Habilidades actitudinales.

Gráfico 15. *Resolver problemas, crees que te permite pensar y reflexionar*



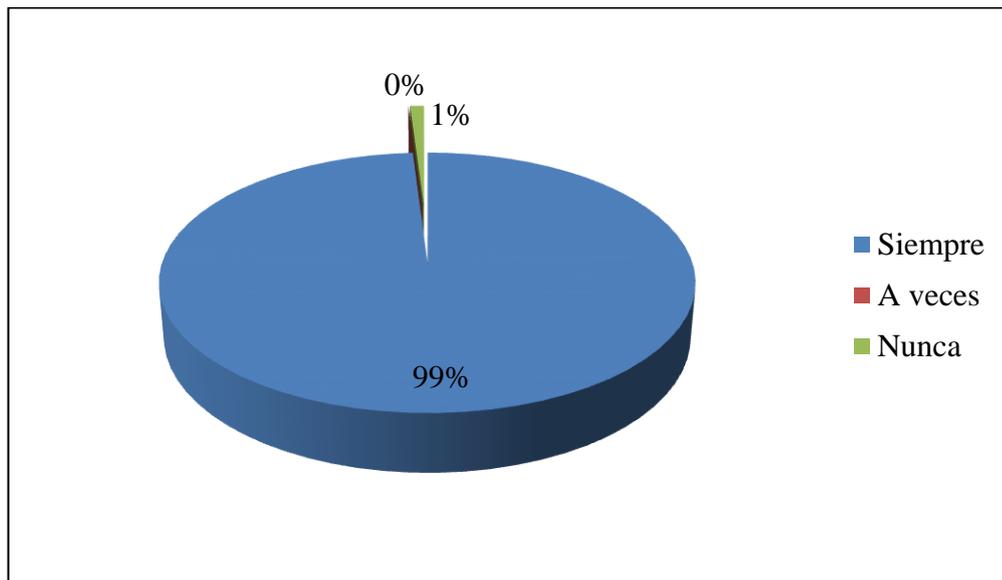
El 98% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirman que resolver problemas, siempre les permite pensar y reflexionar, el 1% de los mismos sostienen que nunca es así y 1% que a veces les es útil para desarrollar sus conocimientos.

Gráfico 16. *Crees que resolver problema te permite usar tu creatividad e imaginación para resolverlos*



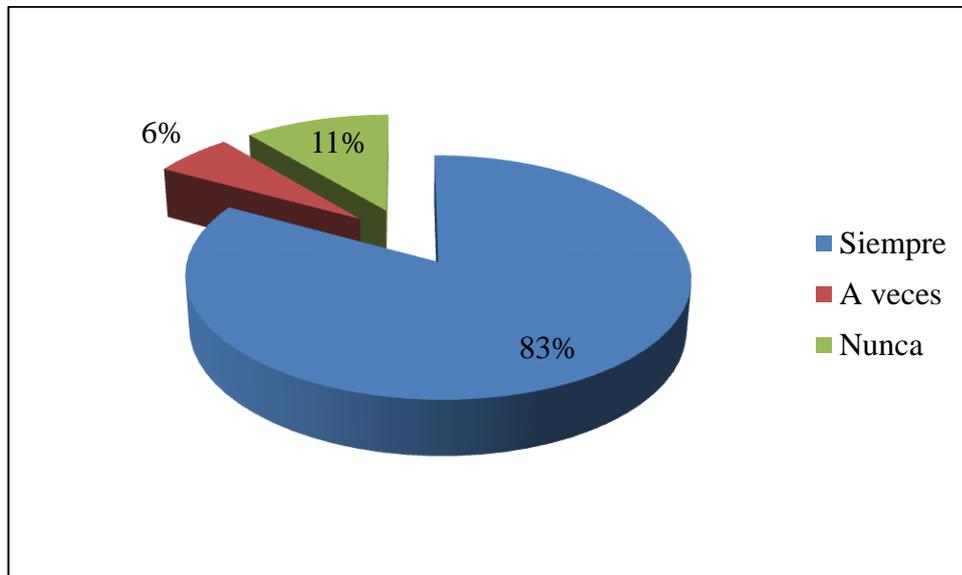
El 99% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirma que siempre resolver problema les permite usar su creatividad e imaginación para resolverlos, y el 1% de los mismos sostienen que nunca les permite usar su creatividad e imaginación.

Gráfico 17. *Miras nuevamente la solución que realizaste*



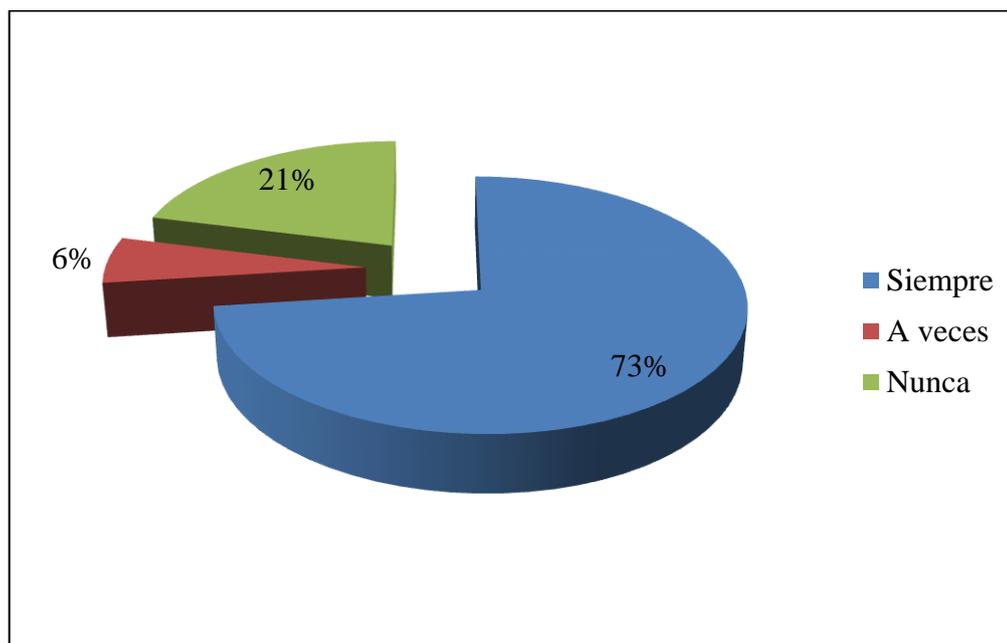
El 99% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirman que siempre vuelven a mirar nuevamente la solución que realizó y el 1% de los mismos sostienen que nunca vuelven a mirar nuevamente su ejercitario.

Gráfico 18. Para solucionar los problemas entras a debatir o consultar con tu grupo de compañeros la situación



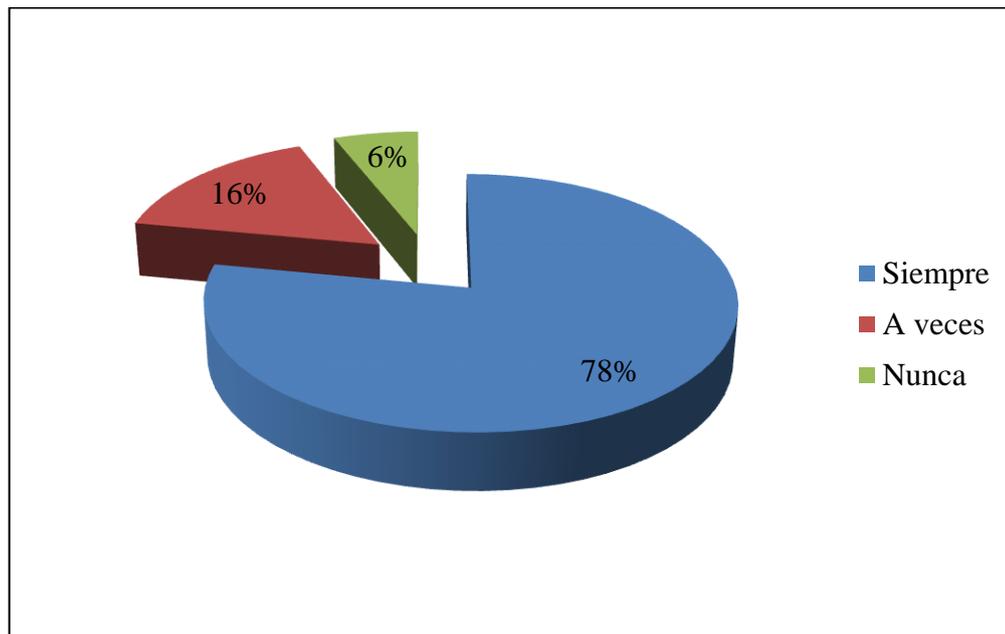
El 83% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirman que para solucionar los problemas siempre entran a debatir o consultar con su grupo de compañeros la situación problemática presentada, el 11% de los mismos sostienen que nunca hacen debates ni consultas con su grupo de compañeros, y el 6% de los estudiantes confirman que a veces realizan los debates y consultas.

Gráfico 19. *Te gusta resolver los planteamientos matemáticos*



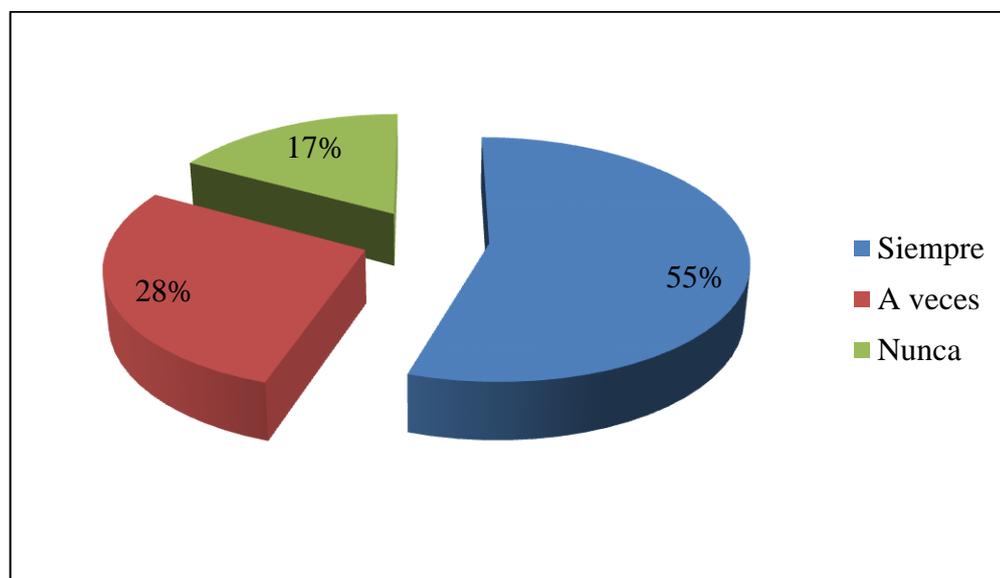
El 73% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirman que siempre les gusta resolver los planteamientos matemáticos, el 21% de los mismos sostienen que nunca les agrada resolver situaciones problemáticas, y el 6% de los estudiantes confirman que a veces les gusta resolver los planteamientos matemáticos.

Gráfico 20. *Estás calmado o tranquilo cuando resuelves problemas matemáticos*



El 78% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirma que siempre están calmados o tranquilos cuando resuelven problemas matemáticos, el 16% de los mismos sostiene que a veces están calmados y tranquilos, y el 6% de los estudiantes nunca están calmados ni tranquilos durante la resolución de situaciones problemáticas.

Gráfico 21. *Esperas que el profesor te proporcione una idea para resolver un problema matemático que no has podido resolver*



El 55% de los alumnos encuestados del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica afirma que siempre esperan que el profesor le proporcione una idea para resolver un problema matemático que no ha podido resolver, el 28% de los mismos lo hace a veces, y el 17% de los estudiantes nunca esperan indicaciones del profesor para resolver una situación problemática.

En cuanto a las habilidades actitudinales, es de considerar lo manifestado por Gómez Chacón (2000), quien define la actitud como uno de los componentes básicos del dominio afectivo, una predisposición evaluativa (es decir positiva o negativa) que determina las intenciones personales e influye en el comportamiento, de acuerdo a la actitud que adopte docente y estudiante en clase, el aprendizaje de la Matemática será más o menos placentera, aprenderán o no con relativa facilidad o dificultad.

Informe del resultado de análisis de datos, que abarca establecer los pasos del proceso del método Pólya acerca de la comparación de la aplicación del pre-test y post-test en los alumnos del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica del Centro Regional de Concepción “Juan E. O’Leary”

Los gráficos número 19, 20 y 21 indican valores comparados o tendencias que se obtuvieron de la aplicación de pruebas del pre-test y post-test de los cuatro pasos que proporciona el método Pólya para la resolución de situaciones problemáticas, en cuanto al primer paso que es comprender situación y la pregunta se puede notar que la mayoría de los estudiantes reconocen la situación problemática tanto en el pre como en el post test, teniendo en cuenta el segundo paso que es seleccionar datos se observa que la mayoría de los alumnos no saben extraer los datos de una situación problemática ya que no distinguen para seleccionarlos o simplemente a veces obvian este proceso, este caso se denota en las dos pruebas realizadas, en el pre-test y post-test.

Luego, el siguiente paso que consiste en determinar la operación y la estrategia de cálculo para los problemas que se les da, se tiene que en el pre test la mayoría no reconocen las operaciones a ser realizadas ni las estrategias para resolverlo y llegar a un resultado, pero luego del taller realizado explicando el método Pólya y sus cuatro pasos, se puede decir que la mayoría de los alumnos reconocen las operaciones y estrategias a ser realizadas de acuerdo a cada situación problemática presentada y por último en el cuarto paso se puede observar que tanto en el pre test como en el post test la mayoría de los alumnos que realizaron las dos pruebas denotan que responden a la pregunta, es decir, llegan a un resultado sea o no la correcta pero cumplen el cuarto paso mencionado.

Es importante resaltar que Pólya (1981), considera que resolver un problema es encontrar un camino, donde no se conocía previamente, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no se manifiesta de forma inmediata, utilizando los medios adecuados. Pozzo (1994), manifiesta que la resolución de problemas estaría más relacionada con la adquisición de procedimientos eficaces para el aprendizaje, atendiendo a la definición de procedimiento como un conjunto de acciones ordenadas a la consecución de una meta.

CAPÍTULO V. CONCLUSION

Conclusiones

Existen múltiples análisis acerca de lo que supone la resolución de problemas en términos de actividad cognitiva y algunas propuestas de sistematización, de la tarea de resolver problemas. Entre otras, son ampliamente conocidas las aportaciones de Pólya (1957), sintetizados en el método de cuatro pasos: comprender la situación y la pregunta; seleccionar los datos, determinar la operación y la estrategia de cálculo y responder a la pregunta.

En relación al primer objetivo específico, que solicitaba: Identificar las habilidades matemáticas que desarrollan los alumnos del 2º ciclo EEB en la resolución de problemas, antes y después de la aplicación del método Pólya, se dieron los siguientes resultados: El cuestionario y la prueba diagnóstica, es decir, el pre-test permitió determinar cómo los alumnos carecían del concepto de modelación de problemas matemáticos, por tratarse quizá de un aspecto que exige contar con un mayor nivel de abstracción y de una formación matemática adecuada; otra falencia encontrada en los estudiantes fue lo relacionado con la solución de dichos problemas, reflejada en la imposibilidad de resolver los problemas propuestos. Los estudiantes además mostraron falta de habilidad para interpretar y verificar resultados en la solución de problemas matemáticos. En el aspecto actitudinal, se pudo evidenciar el rechazo inicial hacia las matemáticas y sus conceptos previos negativos hacia la modelación y solución de problemas matemáticos, aspectos que fueron modificados después de la consolidación en el uso de la estrategia, en la medida que se diseñó una estrategia basada en la resolución de problemas matemáticos contextualizados a la realidad próxima de los estudiantes.

Para tener en cuenta el segundo objetivo específico, guía de la investigación fue: Describir las habilidades aptitudinales, procedimentales y actitudinales de los alumnos del 2º ciclo EEB desarrollados durante el proceso de aplicación del método Pólya. Los resultados se dan a continuación:

La investigación permitió hacer un seguimiento al trabajo de los alumnos, brindándoles talleres en donde se les proporcionó apoyo, orientación y retroalimentación permanente. A través de ese trabajo se aclararon y corrigieron conceptos previos errados que los alumnos traían de su formación anterior, se reforzaron otros que se requerían para la solución de problemas y se construyeron nuevos conocimientos necesarios por el método Pólya para implementar la estrategia. Cabe destacar que el trabajo en equipo surtió un efecto positivo en el trabajo de los alumnos, por cuanto permitió la socialización, el compartir ideas respetando las diferencias y aceptando al otro. Se propició el diálogo y la crítica constructiva, así como la posibilidad de aprender del error. Se cambió la memorización por el análisis crítico. Todo lo anterior se reflejó en el desarrollo de las distintas actividades propuestas en el cuestionario y en las pruebas del pre-test y post-test aplicados, cuyos procesos quedaron consignados a través de pruebas que realizaron los alumnos.

Los resultados de la investigación reflejaron las grandes dificultades que presentaban los alumnos del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica del CREC, en lo referente a modelación y solución de problemas matemáticos, particularmente en lo relacionado con el entendimiento del método de cuatro pasos definido por Pólya para la resolución de problemas; se evidenció que algunos alumnos lograron superar las dificultades con que habían llegado, después del taller proporcionado, lo que indica que este método sirve como apoyo para la mejor resolución de problemas matemáticos, especificando la modelación de problemas, identificación de variables, estableciendo y sintetizando los cuatro pasos del método Pólya citados más arriba. En cambio, en la mayoría persistieron esas dificultades o continuaron con una leve mejoría; esto hace pensar en la necesidad de implementar la estrategia desde un comienzo, dado su efecto positivo en la mayoría de alumnos, con el fin de disminuir los malos resultados en la resolución de problemas matemáticos y bajar como consecuencia, los niveles de deserción.

Durante la implementación de la metodología basada en el método de Pólya, se observó que una de las mayores dificultades presentadas por los estudiantes consistía en la poca comprensión de los enunciados. Así, al propiciar la metodología, aumentó el número de estudiantes que comprendieron los enunciados de los problemas, y estuvo

relacionado con el aumento del número de respuestas correctas, pero éste no indica que hayan implementado al 100% los cuatro pasos a seguir para la resolución.

La pregunta general originó el objetivo principal que solicitaba: Determinar los resultados del método Pólya en el desarrollo de habilidades matemáticas de alumnos del 2º ciclo del Centro Regional de Educación-Concepción. Para contestar a la misma se tienen los siguientes comentarios: Basados en los resultados del pre-test y del pos-test, se observa una mejoría después de la estrategia aplicada, es decir, después del taller realizado, lo que representa una diferencia entre el antes y el después de la implementación de las pruebas; se puede concluir que en términos generales, la estrategia surtió resultados positivos y sirvió como apoyo en cuanto al conocimiento del proceso de solución de problemas matemáticos según el método de cuatro pasos o método de Pólya, pero en cuanto a su aplicación es donde la mayoría tiene dificultades de implementar el método de Pólya ya que no realizan la secuencia del método.

Se puede decir también que **queda comprobada la hipótesis** de investigación (Hi) formulada que decía: La aplicación del método Pólya sirve de apoyo para demostrar las habilidades matemáticas en la resolución de problemas de los alumnos del 2º ciclo de EEB.

Los datos recabados de las pruebas de Matemática aplicado como pre-test y post-test, donde los alumnos demostraron una mejoría en las habilidades matemáticas luego de la aplicación del método Pólya, ven los problemas como retos a su ingenio y a su esfuerzo, por lo que pueden llegar a resolver incluso los de mayor facilidad; es decir aquellos que demostraron mejoras en sus habilidades son los que usaron eficientemente los cuatro pasos de Pólya, sin embargo son muchos los que no aplicaban eficientemente los pasos aunque llegaban a resolver los problemas y otros no.

No obstante, hay que tener en cuenta **algunas limitaciones** que pudieron influir en los resultados de la investigación, como es sabido la institución seleccionada tiene en cuenta el uso del método de Pólya para el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática sin embargo no hay un control de parte de la Coordinación académica de si los docentes lo aplican en el desarrollo de todas las capacidades. Haber tomado todos los grados del 2º ciclo y el trabajo con distintos docentes puede tener su incidencia, ya que no todos ponen las mismas ganas e iniciativa para un trabajo propuesto por una

persona externa, en este caso la estudiante investigadora de la Maestría en Didáctica de las Ciencias. También algunos alumnos no completaron con mucho detenimiento el cuestionario, se necesita un control más exiguo sobre tales situaciones. La investigación fue pre experimental, sin grupo control, que puede favorecer a afianzar los resultados obtenidos.

Recomendaciones

Teniendo en cuenta los resultados de la investigación y atendiendo el contexto donde fue realizado y las dificultades detectadas, se sugieren los siguientes aspectos:

- Que los docentes de la institución, cuando trabajen el área de Matemática con los alumnos, puedan introducir sistemáticamente el método Pólya para la resolución de problemas, pues resulta una propuesta didáctica interesante y que mejora las habilidades matemáticas de los alumnos, en lo posible debe aplicarse durante todo el año lectivo y para todos los grados tanto del 1º como del 2º ciclo de la Educación Escolar Básica.

- Que los docentes de la misma institución compartan sus experiencias en relación al uso del método Pólya, mediante círculos de aprendizaje para seguir mejorando los aprendizajes significativos de los alumnos.

- Que a partir de la dirección de la institución surjan ideas y se lleven a la práctica la realización de talleres extra curriculares, sobre el uso del método Pólya, tanto para motivar a los docentes como para predisponer a los mismos a conseguir aprendizajes cada vez más significativos, la capacitación continua de los docentes en la temática, fortalece la dimensión pedagógica de la institución.

- Que los docentes investigadores de la institución continúen esta línea de investigación experimental aplicando otros tipos de diseños como el cuasi-experimental a través de intervenciones didácticas rigurosas para mejorar las habilidades matemáticas y por ende los aprendizajes de los alumnos, pudiendo incluso ser de forma longitudinal para documentar el progreso institucional en el área de Matemática.

- Que los investigadores puedan proseguir con la misma línea de investigación en otros niveles educativos y en otras instituciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agudelo, G. y Bedoya, V. (2008). *Tesis para optar el título de licenciada en Pedagogía Infantil, titulado: “Método heurístico en la resolución de problemas matemáticos”*. Colombia.
- Alarcón, E. (2007). Tesis para optar el grado de magister, titulada “*Modelo de Reconstrucción, invención y resolución de problemas para desarrollar el pensamiento resolutivo matemático en primer grado de educación secundaria de la I. E. “Andrés Barón Berrios” – Pucalá – UNPRG – Lambayeque.*
- Anastacio, L. y Ríos, L. (2007). Tesis para optar el título de segunda especialidad en Psicopedagogía, titulado “*Intervención Psicopedagógica en el área de lógico matemática: Resolución de Problemas dirigido a estudiantes del cuarto grado, sección A de educación primaria de la I.E. José Antonio Ramírez Arévalo*” – Tarapoto – Perú.
- Baroody, A (1994). *El Pensamiento Matemático de los Niños*. Madrid: Aprendizaje Visor
- Barrantes, H. (2006). *Resolución de problemas. El Trabajo de Allan Schoenfeld. Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas, UCR. Escuela de Ciencias Exactas y Naturales UNED. España*
- Beyer, W. (2000). *La resolución de problemas en la Primera Etapa de la Educación Básica y su implementación en el aula. Enseñanza de la Matemática*, 9(1), 22-30
- Campoy, T. (2016). *Metodología de la investigación científica. Manual para la elaboración de tesis y trabajos de investigación*. Asunción: Marben.
- Castillo, L. (2003). *Enfoques o concepciones curriculares. Instituto Profesional de Providencia. Escuela de Educación. Educación Básica. Santiago – Chile.*

- Castro, N. (2007). *Efectos de la Resolución de problemas como estrategia metodológica en la modelación y solución de problemas matemáticos que involucran ecuaciones de primero y segundo grado*. Universidad de la Salle. Bogotá, DC.
- Castro, E. (2008). *Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencias en España*. Universidad de Granada. España.
- Constitución de la República del Paraguay*. (1992). Asunción, Paraguay.
- Díaz Barriga, F. y Hernández Rojas, (1999). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. México: McGRAW-HILL, México,
- Española, R. (2016). *Diccionario de la Real Academia Española*. Madrid.
- Gómez Chacón, I. M. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2010). *Metodología de la Investigación*. Quinta Edición. México: Mc Graw Hill.
- Ley 1264 General de Educación*. (1998). Asunción, Paraguay.
- Ministerio de Educación y Ciencias. *Programa de estudio* (2016). 4°, 5°, 6° grados EEB. Paraguay.
- Molina, M. (2006). Tesis para optar el grado de magister titulada: “*Estrategias metodológicas de enseñanza aprendizaje para desarrollar las habilidades del pensamiento lógico en la resolución de problemas matemáticos en el V ciclo de educación primaria de la I. E. N° 86066*” – Pariacoto – Huaraz – Lambayeque.
- Morales, Y.; Bravo, M. & Cañedo, C. (2013). *La enseñanza de la Matemática en ingeniería mecánica para el desarrollo de habilidades*. Pedagogía Universitaria Vol. XVIII No. 4 2013

Polya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Pólya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Ed. Trillas.

Peña, K., (2008). Tesis para optar el título de licenciada en Educación mención Física y Matemática titulada: “Metodología de Pólya en el diseño de estrategias para facilitar la resolución de problemas relacionados con áreas de figuras planas”. Valera - Venezuela.

Pérez, Y. & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. Revista de Investigación N° 73. Vol. 35. Mayo-Agosto 2011

Ruiz, D. y García, M. (2003). *El lenguaje como mediador en el aprendizaje de la aritmética en la primera etapa de Educación Básica*. Venezuela: Educere.

Sánchez, L. (2001). *Dificultades de los alumnos de sexto grado de educación primaria para la resolución de problemas matemáticos. Análisis retrospectivo*. Sigma, 19, 51–63.

Santos, L. (1997). *Principios y métodos de la Resolución de problemas en el aprendizaje de las Matemáticas*, Centro de Investigación y de estudios avanzados del IPN. Segunda edición. México, México: Grupo Editorial Iberoamericano.

APÉNDICE 1

Cuestionario dirigido a los alumnos del 2º ciclo de la EEB del CREC

Nombre y Apellido:

Grado:

Turno:

PREGUNTAS:	Siempre	A veces	Nunca
Dimensión 1: Habilidades aptitudinales			
1.1 Cuando te presentan un problema matemático, lo primero que haces es leerlo atentamente.			
1.2 Cuando te formulan un problema matemático entiendes su enunciado con sólo leerlo la primera vez.			
1.3 Identificas fácilmente los datos			
1.4 Identificas las incógnitas de un problema que debes resolver.			
1.5 Realizas preguntas para resolver las dudas en las clases de matemáticas.			
1.6 Crees que sabes cómo utilizar lo que aprendiste para resolver un problema matemático.			
Dimensión 2. Habilidades procedimentales			
2.1 Suelen hacer un esquema o dibujo de la situación.			
2.3 Cuando resuelves un problema, sueles pensar, explicándote lo que debes hacer			
2.3 Tratas de relacionar con una situación de la vida cotidiana			
2.4 Intentas llegar a la solución del problema por más de un camino			
2.5 Distingues el camino más simple para llegar a la solución del problema			

Dimensión 4. Habilidades actitudinales			
4.1 Resolver problemas, crees que te permite pensar y reflexionar.			
4.2 Crees que resolver problema te permite usar tu creatividad e imaginación para resolverlos.			
4.3 Miras nuevamente la solución que realizaste			
4.4 Para solucionar los problemas entras a debatir o consultar con tu grupo de compañeros la situación			
4.5 Te gusta resolver los planteamientos matemáticos			
4.6 Te gusta o te motiva resolver los problemitas			
4.7 No te agrada realizar resolución de problemas			
4.8 Estás calmado o tranquilo cuando resuelves problemas matemáticos			
4.9 Esperas que el profesor te proporcione una idea para resolver un problema matemático que no has podido resolver			

MUCHAS GRACIAS!!!

APÉNDICE 2

Evaluación diagnóstica de Matemática – Pre test

Cuarto grado.

Nombres y Apellidos:

Edad:

Sexo: F___ M___

Fecha:

Instrucciones.

- Lee atentamente cada uno de los enunciados y ayuda a resolver los problemitas
 - No te apures. Trabaja con cuidado
-

Planteamiento 1. Doña Natita tiene 28 dulces y tiene 4 hijos, 3 sobrinos y 2 tíos y reparte de forma **igualitaria** los dulces. ¿Cuántos dulces comió **cada** uno?, ¿Cuántos dulces comieron los hijos y los sobrinos juntos?, ¿Sobró el dulce?

Planteamiento 2. De lunes a viernes Marcos duerme 8 horas diarias, mientras que los días sábado y domingo duerme 2 horas más cada día. ¿Cuántas horas duerme durante una semana?

APÉNDICE 3

Evaluación diagnóstica de Matemática – Pre test

Quinto grado.

Nombres y Apellidos:

Edad:

Sexo: F___M___

Fecha:

Instrucciones.

- Lee atentamente cada uno de los enunciados y ayuda a resolver los problemitas.
 - No te apures. Trabaja con cuidado
-

Planteamiento 1. Doña Natita tiene 28 dulces y tiene 4 hijos, 3 sobrinos y 2 tíos y reparte de forma **igualitaria** los dulces. ¿Cuántos dulces comió **cada** uno?, ¿Cuántos dulces comieron los hijos y los sobrinos juntos?, ¿Sobró el dulce?

Planteamiento 2. De lunes a viernes Marcos duerme 8 horas diarias, mientras que los días sábado y domingo duerme 2 horas más cada día. ¿Cuántas horas duerme durante una semana?

APÉNDICE 4

Evaluación diagnóstica de Matemática – Pre test

Sexto grado.

Nombres y Apellidos:

Edad:

Sexo: F ___ M ___

Fecha:

Instrucciones.

- Lee atentamente cada uno de los enunciados y ayuda a resolver los problemitas.
 - No te apures. Trabaja con cuidado.
-

Planteamiento 1. En un primer acto, los monos de un circo se arreglan en forma rectangular formando 6 filas con 4 monos en cada fila. En el segundo acto, los mismos monos se arreglan en 8 filas, con igual número de monos en cada fila. ¿Cuántos monos hay en cada fila?

Planteamiento 2. Rodolfo, Ingrid, Dani y Gladys vuelven del interior y paran en una chipería de Barrero. Rodolfo pide 3 paquetes de 5 chipas cada uno; Ingrid pide uno de esos paquetes, al igual que Dani. Gladys pide 2 de los mismos paquetes. Dani junta la plata y le pasa 100.000 Gs a la chipera y ella le da 30.000 Gs de vuelto. ¿Cuánto cuesta cada chipa?

APÉNDICE 5

Evaluación final de Matemática – Post test

Cuarto grado.

Nombres y Apellidos:

Edad:

Sexo: F___ M___

Fecha:

Instrucciones.

- Lee muy bien cada uno de los planteamientos.
- Completa atendiendo los 4 pasos que propone Pólya.
- No te apures. Trabaja con cuidado.

Planteamiento 1. Si Noelia tiene 2 billetes de 20.000 G, 7 monedas de 1000 y 2 monedas de 500 G, y, Fabio tiene ahorrado el triple de esa cantidad, ¿Qué cantidad de dinero tiene Fabio?

1. Comprensión del problema	
¿Por dónde debo empezar?	
¿Cuáles son los datos?	
¿Cuál es la incógnita?	
2. Configurar el plan	
¿Qué estrategias debo utilizar? Una figura, un dibujo, una suma, una fórmula, una resta, una multiplicación, una división.	
3. Ejecutar el plan	
¿Para qué hacemos lo que hacemos?	
4. Mirar hacia atrás	
¿Es tu solución la correcta?	
¿Existe una solución más sencilla o diferente?	
¿Cuál era la información importante?	

Planteamiento 2. Santi quiere comprarse una “PlayStation” que, al contado, cuesta 360.000 Gs, pero la puede comprar en 8 cuotas iguales cada una. ¿Qué monto debe pagar cada mes?

1. Comprensión del problema	
¿Por dónde debo empezar?	
¿Cuáles son los datos?	
¿Cuál es la incógnita?	
2. Configurar el plan	
¿Qué estrategias debo utilizar? Una figura, un dibujo, una suma, una fórmula, una resta, una multiplicación, una división.	
3. Ejecutar el plan	
¿Para qué hacemos lo que hacemos?	
4. Mirar hacia atrás	
¿Es tu solución la correcta?	
¿Existe una solución más sencilla o diferente?	
¿Cuál era la información importante?	

APÉNDICE 6

Evaluación final de Matemática – Post test

Quinto grado.

Nombres y Apellidos:

Edad:

Sexo: F___ M___

Fecha:

Instrucciones.

- Lee atentamente cada uno de los enunciados para comprender lo que te pide que hagas.
 - Completa atendiendo los 4 pasos que propone Pólya.
 - No te apures. Trabaja con cuidado
-

Planteamiento 1. La cantinera prepara empanadas grandes. Para hacer una empanada grande, usa dos discos de empanada. Con el disco que le sobra hace una empanada más pequeña. Si hizo 12 empanadas grandes y una pequeña, ¿Cuántos discos traía el paquete?

1. Comprensión del problema	
¿Por dónde debo empezar?	
¿Cuáles son los datos?	
¿Cuál es la incógnita?	
2. Configurar el plan	
¿Qué estrategias debo utilizar? Una figura, un dibujo, una suma, una fórmula, una resta, una multiplicación, una división.	
3. Ejecutar el plan	
¿Para qué hacemos lo que hacemos?	
4. Mirar hacia atrás	
¿Es tu solución la correcta?	
¿Existe una solución más sencilla o diferente?	
¿Cuál era la información importante?	

Planteamiento 2. Para el Proyecto de Educación Vial, sacamos fotos en las calles: 10 de niños en moto con su papá, ambos sin cascos, 6 fotos de personas que cruzan el semáforo en rojo y 4 de parejas de personas realizando adelanto en zona prohibida. ¿Cuántas personas están arriesgando sus vidas solo en estas 20 fotos que tomé?

1. Comprensión del problema	
¿Por dónde debo empezar?	
¿Cuáles son los datos?	
¿Cuál es la incógnita?	
2. Configurar el plan	
¿Qué estrategias debo utilizar? Una figura, un dibujo, una suma, una fórmula, una resta, una multiplicación, una división.	
3. Ejecutar el plan	
¿Para qué hacemos lo que hacemos?	
4. Mirar hacia atrás	
¿Es tu solución la correcta?	
¿Existe una solución más sencilla o diferente?	
¿Cuál era la información importante?	

APÉNDICE 7

Evaluación final de Matemática – Post test

Sexto grado.

Nombres y Apellidos:

Edad:

Sexo: F___ M___

Fecha:

Instrucciones.

- Lee atentamente cada uno de los enunciados para comprender lo que te pide que hagas.
 - Completa lo que te solicita.
 - No te apures. Trabaja con cuidado
-

Planteamiento 1. Si recibiera 35 mensajes al día y solo respondiera a 22 de ellos, al día; al cabo de una semana, ¿Cuántos mensajes quedarían sin responder?

1. Comprensión del problema	
¿Por dónde debo empezar?	
¿Cuáles son los datos?	
¿Cuál es la incógnita?	
2. Configurar el plan	
¿Qué estrategias debo utilizar? Una figura, un dibujo, una suma, una fórmula, una resta, una multiplicación, una división.	
3. Ejecutar el plan	
¿Para qué hacemos lo que hacemos?	
4. Mirar hacia atrás	
¿Es tu solución la correcta?	
¿Existe una solución más sencilla o diferente?	
¿Cuál era la información importante?	

Planteamiento 2. Anita envió una foto a dos grupos que, sin ella, tienen 6 integrantes cada uno. Si una persona del primer grupo envía a otras 5 personas y 2 personas del segundo grupo envían a otras 3 personas cada una, ¿Cuántas personas reciben la foto?

1. Comprensión del problema	
¿Por dónde debo empezar?	
¿Cuáles son los datos?	
¿Cuál es la incógnita?	
2. Configurar el plan	
¿Qué estrategias debo utilizar? Una figura, un dibujo, una suma, una fórmula, una resta, una multiplicación, una división.	
3. Ejecutar el plan	
¿Para qué hacemos lo que hacemos?	
4. Mirar hacia atrás	
¿Es tu solución la correcta?	
¿Existe una solución más sencilla o diferente?	
¿Cuál era la información importante?	

ANEXO A

Validación de instrumentos por juicio de expertos

Nota dirigida al Dr. Jorge Daniel Mello Román.

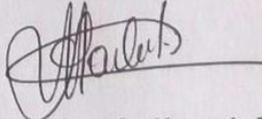
Señor
MSc. Jorge Daniel Mello Román
Presente

Junto con saludarle cordialmente le comento que como estudiante del Programa de Maestría en Didáctica de las Ciencias-Mención: Física, Química y Matemática, de la Universidad Nacional de Concepción, estoy realizando una investigación titulada **"Efectos del método Pólya en el desarrollo de habilidades matemáticas de estudiantes del 2º ciclo del Centro Regional de Educación de Concepción, año 2017"**.

Por su trayectoria profesional, su opinión es muy valiosa para validar el contenido de los instrumentos, junto a la de otros expertos, que me permitirá determinar la validez de cada ítem y ajustarlo antes de la aplicación a la población destinataria. Por ello, agradezco su tiempo y colaboración.

Por lo expuesto, solicito su ayuda para el análisis y verificación de los mismos. En el caso que juzgue necesario, agradezco me pueda sugerir las mejoras o ajustes que considere pertinente. Se adjunta a la presente, los datos necesarios.

Sin otro particular, hago propicia la oportunidad para saludarle muy atentamente.


Sonia Marlene Gutiérrez de Saldivar
Estudiante
lunayestre@gmail.com
0972 501 727

Nota dirigida a la Mg. María Concepción Araujo de Benítez.

Señora

Mg. María Concepción Araujo de Benítez

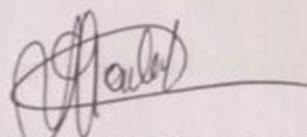
Presente

Junto con saludarle cordialmente le comento que como estudiante del Programa de Maestría en Didáctica de las Ciencias-Mención: Física, Química y Matemática, de la Universidad Nacional de Concepción, estoy realizando una investigación titulada "Efectos del método Pólya en el desarrollo de habilidades matemáticas de estudiantes del 2º ciclo del Centro Regional de Educación de Concepción, año 2017".

Por su trayectoria profesional, su opinión es muy valiosa para validar el contenido de los instrumentos, junto a la de otros expertos, que me permitirá determinar la validez de cada ítem y ajustarlo antes de la aplicación a la población destinataria. Por ello, agradezco su tiempo y colaboración.

Por lo expuesto, solicito su ayuda para el análisis y verificación de los mismos. En el caso que juzgue necesario, agradezco me pueda sugerir las mejoras o ajustes que considere pertinente. Se adjunta a la presente, los datos necesarios.

Sin otro particular, hago propicia la oportunidad para saludarle muy atentamente.



Sonia Marlene Gutiérrez de Saldívar
Estudiante

lunayestre@gmail.com

0972 501 727

Observación del Dr. Jorge Daniel Mello Román.

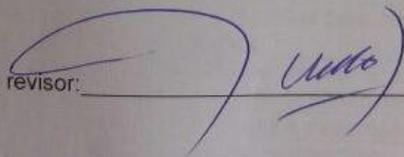
OBSERVACIONES DE LOS REVISORES

	Criterios						Observaciones O sugerencias
	Coherencia			Claridad			
	Si	No	?	Si	No	?	
1- Pertinencia de los objetivos	✓			✓			
2- Pertinencia de las preguntas con las variables	✓			✓			
3- La guía de planteamientos del pre test	✓			✓			
4- La guía de planteamientos del pos test	✓			✓			
5- La lista de cotejo para la evaluación de los test		✓			✓		
6- La guía de preguntas cerradas para las entrevistas	✓			✓			

Observaciones

Sugiero aplicar la guía de preguntas en el pre-test y post-test con ajustes mínimos a la misma, de manera a que ~~se~~ ^{valde} todas las dimensiones en los dos momentos.
Evitar los términos "Datos", "Solución" y "Respuesta" en las pruebas a ser aplicadas - Excelente trabajo, adelante!!

Firma del revisor: _____



Muchas gracias por su colaboración

Observación de la Mg. María Concepción Araujo de Benítez.

Nombre y Apellido: _____ Grado: _____
 Turno: _____

Preguntas	SI	NO	A VECES
Dimensión 1: Distinción de las habilidades de estudiantes en la resolución de problemas			
1.1 Cuando te presentan un problema matemático, lo primero que haces es leerlo atentamente.			
1.2 Cuando te formulan un problema matemático entiendes su enunciado con sólo leerlo la primera vez.			
1.3 Identificas fácilmente los datos conocidos y las incógnitas de un problema que debes resolver.			
1.4 Estoy calmado o tranquilo cuando resuelvo problemas matemáticos			
Dimensión 2. Especificación del proceso			
2.1 Suelen hacer un esquema o dibujo de la situación.			
2.3 Cuando resuelves un problema, sueles pensar, explicándote lo que debes hacer			
2.3 Tratas de relacionar con una situación de la vida cotidiana			
2.4 Cuando resuelves un problema, relacionas la metodología a emplear con otros problemas ya resueltos			
2.5 Intentas llegar a la solución del problema por más de un camino			
2.6 Distingues el camino más simple para llegar a la solución del problema			
Dimensión 4. Resultados actitudinales			
4.1 Al resolver problemas, crees que te permite pensar y reflexionar, <i>la resolución de problemas</i>			
4.2 Crees que resolver problema te permite usar tu creatividad e imaginación para resolverlos.			
4.3 Eres consciente de realizar preguntas para resolver las dudas en las clases de matemáticas.			
4.4 Para solucionar los problema entras a debatir o consultar con tu grupo de compañeros la situación			
4.5 Te gusta resolver los planteamientos matemáticos			
4.6 Te gusta o te motiva resolver los problemitas			
4.7 No te agrada realizar resolución de problemas			
4.7 Esperas que el profesor te proporcione una idea para resolver un problema matemático que no has podido resolver			

*- Interesante temática.
 debido a la resolución de los interrogantes.*

Firma del revisor:  *María Concepción Araujo de Benítez*

Muchas gracias por su colaboración

ANEXO B

Fotografías de las pruebas Pre - test y Post - test desarrollado por los alumnos

3

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA
SEXTO GRADO

Nombres y Apellidos: Lucy Estelito Durand Edad: 11
Sexo: (F) M Fecha: 20-09-2012

INSTRUCCIONES

- Lee atentamente cada uno de los enunciados y ayuda a resolver los problemitas
- No te apures. Trabaja con cuidado

Planteamiento 1

En un primer acto, los monos de un circo se arreglan en forma rectangular formando 6 filas con 4 monos en cada fila. En el segundo acto, los mismos monos se arreglan en 8 filas, con igual número de monos en cada fila.

¿Cuántos monos hay en cada fila?

Datos:

- Primer acto, en forma rectangular
- 6 Filas con 4 monos en cada fila
- × Segundo acto, en 8 filas con igual cantidad de monos en cada fila

R: Hay en cada fila 3 monos

Planteamiento 2

Rodolfo, Ingrid, Dani y Gladys vuelven del interior y paran en una chiperia de Barrero. Rodolfo pide 3 paquetes de 5 chipas cada uno; Ingrid pide uno de esos paquetes, al igual que Dani. Gladys pide 2 de los mismos paquetes. Dani junta la plata y le pasa 100.000 Gs a la chipera y ella le da 30.000 Gs de vuelto.

¿Cuánto cuesta cada chipa?

Datos:

- × Rodolfo pide 3 paquetes de 5 chipas
- × Ingrid y Dani pide igual que Rodolfo
- × Gladys pide 2 de los mismos paquetes
- × Le pagaron 100.000 a la chipera
- × Ella le da 30.000 Gs de vuelto

Solución

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 100} \\ \underline{48} \\ 52 \\ \underline{48} \\ 40 \\ \underline{36} \\ 40 \\ \underline{36} \\ 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100.000 \\ - 30.000 \\ \hline 70.000 \end{array}$$

R: Cuesta cada chipa 2.000 guaraníes

$$\begin{array}{r} 70.000 \div 35 \\ \underline{2000} \\ 00 \end{array}$$

Fotografías de las pruebas Pre - test y Post - test

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

Cuarto grado

Nombres y Apellidos: Jose Eduardo Fernandez F. Edad: 12 años
 Sexo: F M Fecha: 21/09/2017

INSTRUCCIONES

- Lee atentamente cada uno de los enunciados y ayuda a resolver los problemitas
- No te apures. Trabaja con cuidado

Planteamiento 1

Doña Natita tiene 28 dulces y tiene 4 hijos, 3 sobrinos y 2 tíos y reparte de forma igualitaria los dulces. ¿Cuántos dulces comió cada uno?, ¿Cuántos dulces comieron los hijos y los sobrinos juntos?, ¿Sobró el dulce?

**Datos*
 * 28 dulces
 * 4 hijos
 * 3 sobrinos
 * 2 tíos

**Solución*

$$\begin{array}{r} 28 \overline{) 19} \\ \underline{28} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ +3 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ -7 \\ \hline 2 \end{array}$$

**Respuesta:* comió cada uno 7 dulces, sobro 2 dulce

Planteamiento 2

De lunes a viernes Marcos duerme 8 horas diarias, mientras que los días sábado y domingo duerme 2 horas más cada día. ¿Cuántas horas duerme durante una semana?

**Datos*
 * 8 horas
 * 2 horas

**solucion*

$$\begin{array}{r} 10 \\ +7 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ +2 \\ \hline 10 \end{array}$$

Pregunta: ¿Cuántas horas duerme durante una semana?

Respuesta: Duerme 17 horas durante una semana

Fotografías de las pruebas Pre - test y Post - test

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA
SEXTO GRADO

Nombres y Apellidos: *Paula Valverde Ríos, Angélica* Edad: *10*
 Sexo: *M* Fecha: *20-05-2010*

INSTRUCCIONES

- Lee atentamente cada uno de los enunciados y ayuda a resolver los problemitas
- No te apures. Trabaja con cuidado

Planteamiento 1

En un primer acto, los monos de un circo se arreglan en forma rectangular formando 6 filas con 4 monos en cada fila. En el segundo acto, los mismos monos se arreglan en 8 filas, con igual número de monos en cada fila.

¿Cuántos monos hay en cada fila?

6	4	24
+ 8	4	+ 32
		40

1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

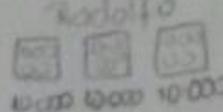
R en cada fila hay 4 monos en total son 32 monos

Planteamiento 2

Rodolfo, Ingrid, Dani y Gladys vuelven del interior y paran en una chipería de Barrero. Rodolfo pide 3 paquetes de 5 chipas cada uno; Ingrid pide uno de esos paquetes, al igual que Dani. Gladys pide 2 de los mismos paquetes. Dani junta la plata y le pasa 100.000 Gs a la chipera y ella le da 30.000 Gs de vuelto.

¿Cuánto cuesta cada chipa?

Rodolfo



10.000 10.000 10.000

Ingrid



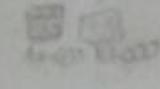
10.000

Dani



10.000

Gladys



10.000 10.000

100.000
- 30.000
70.000

10.000
10.000
10.000
10.000
10.000
10.000
10.000
70.000

ANEXO C

Fotografías de los alumnos del segundo ciclo de la EEB – CREC



ANEXO D

Fotografías del libro de matemáticas de los alumnos del método de cuatro pasos – Método Polya

Aprende ▶ Resuelve problemas de adición y sustracción.

Las situaciones problemáticas de adición y de sustracción entregan variada información. Para resolverlas se deben seguir estos pasos.

Paso 1 Leer y comprender la **situación** y la **pregunta**.

Matías quiere comprar una cafetera que cuesta 265 490 ₡ y una plancha que vale 56 240 ₡. ¿Cuánto dinero gastará?

Paso 2 Seleccionar los **datos** que permiten responder la pregunta.

Datos: 265 490 ₡, precio de la cafetera.
56 240 ₡, precio de la plancha.

Paso 3 Determinar qué **operación** realizar y escoger una **estrategia** de cálculo.

Adición:

$$\begin{array}{r} 265\,490 \\ + 56\,240 \\ \hline 321\,730 \end{array}$$

Paso 4 Responder la pregunta.

Matías gastará 321 730 ₡.

Aprende **Desarrollo de habilidades. Resolver problemas:** En las secciones «Observa y responde» y «Aprende», los estudiantes aplicarán las operaciones básicas aprendidas para resolver situaciones cotidianas que se presentan en el entorno.

Al resolver problemas de números decimales se responde una pregunta acerca de una situación determinada. Para ello se debe:

Paso 1 Leer y comprender la **situación** y la **pregunta**.

¿Cuánto le falta a 4,8 para llegar a 5?

Paso 2 Seleccionar los **datos** que permiten responder la pregunta.

Tenemos el número 4,8.
El 5 equivale a 5,0.

Paso 3 Determinar qué **operación** utilizar y elegir una **estrategia** de cálculo.

$$\begin{array}{r} 5,0 \\ - 4,8 \\ \hline 0,2 \end{array}$$

Paso 4 Responder la pregunta.

A 4,8 le faltan 0,2 para llegar a 5.

ANEXO E

Tablas de frecuencia

Tabla 1. Comparación entre pre test y post test. Cuarto grado

CUARTO GRADO																			
Problema	Comprender situación y la pregunta				Seleccionar datos				Determinar operación y estrategia de cálculo				Responder la pregunta				TOTAL ALUMNOS		
	PRE		POST		PRE		POST		PRE		POST		PRE		POST		PRE	POST	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO			
1	35	21	45	11	14	42	20	36	12	44	40	16	39	17	45	11	56	56	
2	30	26	41	15	18	38	22	34	17	39	43	13	32	24	49	7			

Tabla 2. Comparación entre pre test y post test. Quinto grado

CUARTO GRADO																			
Problema	Comprender situación y la pregunta				Seleccionar datos				Determinar operación y estrategia de cálculo				Responder la pregunta				TOTAL ALUMNOS		
	PRE		POST		PRE		POST		PRE		POST		PRE		POST		PRE	POST	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO			
1	49	19	56	12	21	47	36	32	12	56	52	16	45	23	58	10	68	68	
2	45	23	58	10	28	40	30	38	20	48	46	22	51	17	55	13			

Tabla 3. Comparación entre pre test y post test. Sexto grado

CUARTO GRADO																			
Problema	Comprender situación y la pregunta				Seleccionar datos				Determinar operación y estrategia de cálculo				Responder la pregunta				TOTAL ALUMNOS		
	PRE		POST		PRE		POST		PRE		POST		PRE		POST		PRE	POST	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO			
1	44	24	52	16	30	38	27	41	19	49	53	15	56	12	60	8	68	68	
2	50	18	51	17	29	39	23	45	16	52	48	20	55	13	62	6			

Tabla 4. Cuando te presentan un problema matemático, lo primero que haces es leerlo atentamente

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	180	94%
A veces	10	5%
Nunca	2	1%
TOTAL	192	100%

Tabla 5. Cuando te formulan un problema matemático entiendes su enunciado con sólo leerlo la primera vez

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	15	8%
A veces	170	88%
Nunca	7	4%
TOTAL	192	100%

Tabla 6. *Identificas fácilmente los datos*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	105	55%
A veces	60	31%
Nunca	27	14%
TOTAL	192	100%

Tabla 7. *Identificas las incógnitas de un problema que debes resolver*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	110	58%
A veces	60	31%
Nunca	22	11%
TOTAL	192	100%

Tabla 8. *Realizas preguntas para resolver las dudas en las clases de matemáticas*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	30	16%
A veces	150	78%
Nunca	12	6%
TOTAL	192	100%

Tabla 9. *Crees que sabes cómo utilizar lo que aprendiste para resolver un problema matemático*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	170	88%
A veces	17	9%
Nunca	5	3%
TOTAL	192	100%

Tabla 10. *Sueles hacer un esquema o dibujo de la situación*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	165	86%
A veces	25	13%
Nunca	2	1%
TOTAL	192	100%

Tabla 11. *Cuando resuelves un problema, sueles pensar, explicándote lo que debes hacer*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	102	54%
A veces	70	36%
Nunca	20	10%
TOTAL	192	100%

Tabla 12. *Tratas de relacionar con una situación de la vida cotidiana*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	0	0%
A veces	192	100%
Nunca	0	0%
TOTAL	192	100%

Tabla 13. *Intentas llegar a la solución del problema por más de un camino*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	0	0%
A veces	192	100%
Nunca	0	0%
TOTAL	192	100%

Tabla 14. *Distingues el camino más simple para llegar a la solución del problema*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	0	0%
A veces	122	64%
Nunca	70	36%
TOTAL	192	100%

Tabla 15. *Resolver problemas, crees que te permite pensar y reflexionar*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	188	98%
A veces	2	1%
Nunca	2	1%
TOTAL	192	100%

Tabla 16. *Creer que resolver problema te permite usar tu creatividad e imaginación para resolverlos*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	190	99%
A veces	2	1%
Nunca	0	0%
TOTAL	192	100%

Tabla 17. *Miras nuevamente la solución que realizaste*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	190	99%
A veces	2	1%
Nunca	0	0%
TOTAL	192	100%

Tabla 18. *Para solucionar los problemas entras a debatir o consultar con tu grupo de compañeros la situación*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	160	84%
A veces	20	10%
Nunca	12	6%
TOTAL	192	100%

Tabla 19. *Te gusta resolver los planteamientos matemáticos*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	140	73%
A veces	40	21%
Nunca	12	6%
TOTAL	192	100%

Tabla 20. *Te gusta o te motiva resolver los problemitas*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	0	0%
A veces	0	0%
Nunca	0	0%
TOTAL	0	0%

Tabla 21. *No te agrada realizar resolución de problemas*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Sí	0	0
No	0	0
A veces	0	0
TOTAL	0	0%

Tabla 22. *Estás calmado o tranquilo cuando resuelves problemas matemáticos*

Opciones	Cantidad	Porcentaje
Siempre	150	78%
A veces	12	6%
Nunca	30	16%
TOTAL	192	100%

Tabla 23. *Esperas que el profesor te proporcione una idea para resolver un problema matemático que no has podido resolver*

OPCIONES	CANTIDAD	PORCENTAJE
Siempre	105	55%
A veces	32	17%
Nunca	55	29%
TOTAL	192	100%